

PUNTUACIÓN QUE SE OTORGARÁ A ESTE EJERCICIO: (véanse las distintas partes del examen)

Se proponen dos opciones, A y B. Hay que elegir una de las opciones y contestar a sus cuestiones. La puntuación está detallada en cada una de las cuestiones o en sus distintas partes. Se permite el uso de calculadoras; pero los resultados, tanto analíticos como gráficos, deberán estar debidamente justificados.

OPCIÓN A

A 1. (2,5 puntos)

Dada la función $f(x) = \begin{cases} ax + 1, & x < 0 \\ e^{-x}, & x \geq 0 \end{cases}$

- a) (1,25 puntos) Calcular los valores de α para que $f(x)$ sea continua en todo \mathbb{R} .
b) (1,25 puntos) Obtener:

$$\int_{-1}^1 f(x) dx.$$

A 2. (2,5 puntos)

Para la función $f(x) = \frac{2x^2}{x^2 - x - 2}$

- a) (0,5 puntos) Hallar su dominio.
b) (1 punto) Obtener sus asíntotas.
c) (1 punto) Calcular sus intervalos de crecimiento y decrecimiento.

A 3. (2,5 puntos)

- a) (1,25 puntos) Discutir, según los valores del parámetro real a , cuándo tiene solución el sistema:

$$\begin{cases} x + ay = a \\ ax + y = 0 \end{cases}$$

- b) (1,25 puntos) Resolver el sistema anterior para $a = \frac{1}{\sqrt{2}}$.

A 4. (2,5 puntos) Se construye un dado de seis caras cargado (trucado) de manera que las caras impares $\{1, 3, 5\}$ tienen el doble de probabilidad de salir que las pares $\{2, 4, 6\}$.

- a) (1 punto) Calcular la probabilidad de que salga cada una de las caras.
b) (1,5 puntos) Si lanzamos 2 veces el dado cargado anterior, calcular la probabilidad de que ambos resultados sean iguales.

OPCIÓN B

B 1. (2,5 puntos)

a) (1,25 puntos) Sea $f(x) = 2^{5x} + \frac{1}{x^2}$, calcular:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x), \quad \lim_{x \rightarrow 0} f(x), \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x).$$

b) (1,25 puntos) Hallar los extremos relativos y estudiar si existen puntos de inflexión de $f(x) = \ln(x^2 + 2x^3)$.

B 2. (2,5 puntos) Dada la función $f(x) = \begin{cases} |x|, & x \leq 3 \\ x + 1, & x > 3 \end{cases}$

a) (1,25 puntos) Estudiar si $f(x)$ es continua en todo \mathbb{R} .

b) (1,25 puntos) Obtener:

$$\int_{-1}^2 f(x) dx.$$

B 3. (2,5 puntos) Teniendo en cuenta que $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -4 & 10 \\ 0 & -3 & 7 \end{pmatrix}$, $I_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ y A^{-1} es la matriz inversa de A , calcular $A + 2A^{-1} - 3I_3$.

B 4. (2,5 puntos) Se toman 6 muestras de agua de diferentes embalses de una misma cuenca. Se anota la altitud (en metros), variable X , y la concentración de un tipo especial de partículas orgánicas, variable Y . Los datos son:

Altitud (m) (x_i)	100	300	900	1000	1500	1900
Concentración (y_i)	27	26	35	38	39	42

a) (1,5 puntos) Calcular la ecuación de la recta de regresión de Y (concentración) en función de X (altitud, en metros) y también el coeficiente de correlación lineal.

b) (1 punto) Sin necesidad de repetir todos los cálculos, deducir la ecuación de la recta de regresión si expresamos la altitud en Km. en lugar de en metros. Calcular también el coeficiente de correlación lineal en dicho caso.

CRITERIOS ESPECÍFICOS DE CORRECCIÓN

En todo el ejercicio se tendrá en cuenta la claridad, el orden y el rigor matemático.

OPCIÓN A

A 1. (2,5 puntos)

- a) Se adjudicarán 0,5 puntos por conocer la definición de continuidad en un punto.
- b) Se tendrá en cuenta la elección correcta de $f(x)$ hasta con 0,5 puntos.

A 2. (2,5 puntos)

Se darán 0,5 puntos por conocer las definiciones de todos los tipos de asíntotas y hasta 0,5 puntos por el cálculo correcto de la primera derivada.

A 3. (2,5 puntos)

- a) Si se utiliza Gauss correctamente para llegar a la forma triangular se valorará con 0,75 puntos.
- b) Independientemente del método de resolución utilizado, si la solución es correcta se dará la máxima puntuación.

A 4. (2,5 puntos)

Se valorará conocer la teoría necesaria para resolver el problema hasta con 1 punto.

OPCIÓN B

B 1. (2,5 puntos)

- a) Se darán 0,5 puntos por el cálculo de los límites cuando $x \rightarrow \pm\infty$ y 0,25 puntos por el límite cuando $x \rightarrow 0$.
- b) Se podrán adjudicar hasta 0,75 puntos por el cálculo correcto de $f'(x)$ y $f''(x)$.

B 2. (2,5 puntos)

- a) Se adjudicarán 0,5 puntos por conocer la definición de continuidad en un punto.
- b) Se tendrá en cuenta el planteamiento correcto de la integral con 0,5 puntos.

B 3. (2,5 puntos)

Se valorará con 1,25 puntos el cálculo de la matriz inversa de A .

B 4. (2,5 puntos)

No se dará la máxima puntuación si no están totalmente justificados todos los cálculos. Por conocer las fórmulas necesarias para la resolución del problema se asignará hasta 1 punto.