

PUNTUACIÓN QUE SE OTORGARÁ A ESTE EJERCICIO: (véanse las distintas partes del examen)

Instrucciones: Se proponen dos opciones A y B. Hay que elegir una de las opciones y contestar a sus cuestiones. La puntuación está detallada en cada una de las cuestiones o en sus distintas partes. Se permite el uso de calculadoras, pero los resultados, tanto analíticos como gráficos, deberán estar debidamente justificados.

OPCIÓN A

A 1.

a) (1,25 puntos) Estudiar para qué valores de α la matriz $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 \\ \alpha+1 & -1 & \alpha-2 \\ -1 & \alpha+1 & 2 \end{pmatrix}$ tiene rango máximo.

b) (1,25 puntos) Siendo A^{-1} la inversa de la matriz A , calcular $(A^{-1})^2$ para $\alpha = -1$.

A 2.

a) (1,75 puntos) Utilizar el cambio de variable $t^6 = 1 + x$ para calcular

$$\int \frac{\sqrt{x+1} + 2}{(x+1)^{2/3} - \sqrt{x+1}} dx$$

b) (0,75 puntos) Para $f(x) = e^{-3x}$ calcular sus derivadas sucesivas y concluir cuál de las siguientes opciones es la correcta:

i) $f^{(n)}(x) = 3^n e^{-3x}$

ii) $f^{(n)}(x) = (-3)^{(n+1)} e^{-3x}$

iii) $f^{(n)}(x) = (-3)^n e^{-3x}$.

A 3. Sea la función $f(x) = \frac{x^2 + 2}{x - 2}$.

a) (0,5 puntos) Calcular su dominio.

b) (1 punto) Obtener sus asíntotas.

c) (1 punto) Estudiar sus puntos de corte con los ejes y analizar si es una función par.

A 4.

a) (1,5 puntos) Hallar la ecuación del plano paralelo a las rectas de ecuaciones:

$$r \equiv 2 - x = y = \frac{z+1}{2}, \quad s \equiv \begin{cases} 2x - y + z = -2 \\ -x + y + 3z = 1 \end{cases}$$

y que pasa por el punto $A(1,1,2)$.

b) (1 punto) Calcular el ángulo que forman los vectores $u = (2,1,1)$ y $v = (-1,1,1)$. Obtener su producto vectorial.

OPCIÓN B AL DORSO

OPCIÓN B

B 1.

a) (1 punto) Sean las matrices $A = \begin{pmatrix} \cos \alpha & \operatorname{sen} \alpha \\ -\operatorname{sen} \alpha & \cos \alpha \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} \cos \alpha & 0 & \operatorname{sen} \alpha \\ 0 & \beta & 0 \\ -\operatorname{sen} \alpha & 0 & \cos \alpha \end{pmatrix}$.

Estudiar qué valores de α y β hacen que sea cierta la igualdad

$$(\det(A))^2 - 2 \det(A) \det(B) + 1 = 0.$$

b) (1,5 puntos) Utilizar las propiedades de los determinantes para calcular el valor de

$$\begin{vmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 2 & a+3 & b+4 \\ 2 & c+3 & d+4 \end{vmatrix} \text{ con } a, b, c, d \in \mathbb{R}.$$

B 2.

a) (1,25 puntos) Se considera la función $f(x) = \begin{cases} \ln x & 0 < x < 1 \\ ax^2 + b & 1 \leq x < +\infty \end{cases}$. Si $f(2) = 3$, obtener los valores de a y b que hacen que $f(x)$ sea continua.

b) (1,25 puntos) Calcular $\lim_{x \rightarrow +\infty} \log(x^2 - 9)$ y $\lim_{x \rightarrow 3^+} \log(x^2 - 9)$.

B 3. Sea $f(x) = \frac{x^3}{(x-1)^2}$.

a) (0,5 puntos) Determinar su dominio.

b) (1 punto) Calcular sus intervalos de crecimiento y decrecimiento.

c) (1 punto) Analizar sus puntos de inflexión.

B 4.

a) (1,5 puntos) Hallar la ecuación del plano que pasa por los puntos $A(1, -2, 4)$, $B(0, 3, 2)$ y es paralelo a la recta $\frac{x-1}{4} = \frac{y-2}{1} = \frac{z+1}{2}$.

b) (1 punto) En caso de que sea posible, escribir el vector $v = (1, 2, 4)$ como combinación lineal de los vectores $a = (1, 0, 1)$, $b = (1, 1, 0)$, $c = (0, 1, 1)$.



En todo el ejercicio se tendrá en cuenta la claridad, el orden y el rigor matemático.

OPCIÓN A

A 1.

- a) Se valorarán por igual todas las formas de estudiar el rango.
- b) Por el cálculo de la inversa de A se dará 0.75 puntos.

A 2.

- a) Por la correcta realización del cambio de variable se asignará 0.75 puntos.
- b) Se adjudicará hasta 0.5 puntos por la obtención de algunas derivadas sucesivas.

A 3. En todos los apartados se tendrá en cuenta el conocimiento de las definiciones adecuadas para los cálculos solicitados.

A 4.

- a) Obtener el vector direccional de s valdrá 0.5 puntos.
- b) Se dará 0.5 puntos a cada parte.

OPCIÓN B

B 1.

- a) Se adjudicará 0.5 puntos por el cálculo de $\det(A)^2$, $\det(A)$ $\det(B)$. No se dará la máxima puntuación si no están especificados los valores de los dos parámetros.
- b) Si no se utilizan las propiedades de los determinantes sólo se asignará 0.25 puntos aunque el resultado final sea el correcto.

B 2.

- a) El cálculo de los límite laterales valdrá 0.5 puntos.
- b) Si no están perfectamente justificados los cálculos no se adjudicará más de 0.75 puntos.

B 3.

Por la obtención de la primera y segunda derivada se dará hasta un punto.

B 4. En todos los apartados se valorará el conocimiento de las diferentes fórmulas necesarias.