

PUNTUACIÓN QUE SE OTORGARÁ A ESTE EJERCICIO: (véanse las distintas partes del examen)

**Elija una de las dos opciones propuestas, A o B. En cada pregunta se señala la puntuación máxima.**

**OPCIÓN A**

1. (3,5 puntos) Discutir, según los valores de  $a$ , el sistema:

$$\begin{aligned} x + ay + z &= -1 \\ -x + y + az &= 0 \\ 2x - y + z &= a \end{aligned}$$

Resolverlo para  $a = -2$ .

2. a) (2 puntos) Disponemos de 15000 euros para la campaña de publicidad de un producto y los tenemos que invertir entre televisión y radio. Si llamamos  $x$  al dinero (en miles de euros) invertido en televisión e  $y$  al dinero (en miles de euros) invertido en radio, se estima que las ventas (en miles de unidades del producto) que haremos vendrán dadas por:

$$V = x^2y + 27y + 20$$

Determinar cuánto dinero tenemos que invertir en televisión y en radio para maximizar las ventas y cuál será el valor máximo de ventas que conseguiremos.

- b) (1,5 puntos) Calcular:

$$\int_0^1 \frac{2}{(x+1)^2} dx$$

3. Una máquina fabrica tuercas con un diámetro interior (en milímetros) que es aleatorio, con distribución normal de desviación típica igual a 0,2 milímetros. Queremos construir un intervalo de confianza para la media del diámetro interior de las tuercas.
- a) (2 puntos) Determinar el tamaño de la muestra para que el intervalo de confianza del 95% tenga una amplitud menor o igual que 0,06 milímetros.
- b) (1 punto) Decidimos tomar una muestra de tamaño 200, medimos el diámetro interior de las 200 tuercas y calculamos su promedio, que vale 2,57 milímetros. Construir el intervalo de confianza del 95% para la media del diámetro interior de las tuercas que fabrica la máquina.

k	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.0	0.5000	0.5040	0.5080	0.5120	0.5160	0.5199	0.5239	0.5279	0.5319	0.5359
0.1	0.5398	0.5438	0.5478	0.5517	0.5557	0.5596	0.5636	0.5675	0.5714	0.5753
0.2	0.5793	0.5832	0.5871	0.5910	0.5948	0.5987	0.6026	0.6064	0.6103	0.6141
0.3	0.6179	0.6217	0.6255	0.6293	0.6331	0.6368	0.6406	0.6443	0.6480	0.6517
0.4	0.6554	0.6591	0.6628	0.6664	0.6700	0.6736	0.6772	0.6808	0.6844	0.6879
0.5	0.6915	0.6950	0.6985	0.7019	0.7054	0.7088	0.7123	0.7157	0.7190	0.7224
0.6	0.7257	0.7291	0.7324	0.7357	0.7389	0.7422	0.7454	0.7486	0.7517	0.7549
0.7	0.7580	0.7611	0.7642	0.7673	0.7704	0.7734	0.7764	0.7794	0.7823	0.7852
0.8	0.7881	0.7910	0.7939	0.7967	0.7995	0.8023	0.8051	0.8078	0.8106	0.8133
0.9	0.8159	0.8186	0.8212	0.8238	0.8264	0.8289	0.8315	0.8340	0.8365	0.8389
1.0	0.8413	0.8438	0.8461	0.8485	0.8508	0.8531	0.8554	0.8577	0.8599	0.8621
1.1	0.8643	0.8665	0.8686	0.8708	0.8729	0.8749	0.8770	0.8790	0.8810	0.8830
1.2	0.8849	0.8869	0.8888	0.8907	0.8925	0.8944	0.8962	0.8980	0.8997	0.9015
1.3	0.9032	0.9049	0.9066	0.9082	0.9099	0.9115	0.9131	0.9147	0.9162	0.9177
1.4	0.9192	0.9207	0.9222	0.9236	0.9251	0.9265	0.9279	0.9292	0.9306	0.9319
1.5	0.9332	0.9345	0.9357	0.9370	0.9382	0.9394	0.9406	0.9418	0.9429	0.9441
1.6	0.9452	0.9463	0.9474	0.9484	0.9495	0.9505	0.9515	0.9525	0.9535	0.9545
1.7	0.9554	0.9564	0.9573	0.9582	0.9591	0.9599	0.9608	0.9616	0.9625	0.9633
1.8	0.9641	0.9649	0.9656	0.9664	0.9671	0.9678	0.9686	0.9693	0.9699	0.9706
1.9	0.9713	0.9719	0.9726	0.9732	0.9738	0.9744	0.9750	0.9756	0.9761	0.9767
2.0	0.9772	0.9778	0.9783	0.9788	0.9793	0.9798	0.9803	0.9808	0.9812	0.9817
2.1	0.9821	0.9826	0.9830	0.9834	0.9838	0.9842	0.9846	0.9850	0.9854	0.9857
2.2	0.9861	0.9864	0.9868	0.9871	0.9875	0.9878	0.9881	0.9884	0.9887	0.9890
2.3	0.9893	0.9896	0.9898	0.9901	0.9904	0.9906	0.9909	0.9911	0.9913	0.9916
2.4	0.9918	0.9920	0.9922	0.9925	0.9927	0.9929	0.9931	0.9932	0.9934	0.9936
2.5	0.9938	0.9940	0.9941	0.9943	0.9945	0.9946	0.9948	0.9949	0.9951	0.9952
2.6	0.9953	0.9955	0.9956	0.9957	0.9959	0.9960	0.9961	0.9962	0.9963	0.9964
2.7	0.9965	0.9966	0.9967	0.9968	0.9969	0.9970	0.9971	0.9972	0.9973	0.9974
2.8	0.9974	0.9975	0.9976	0.9977	0.9977	0.9978	0.9979	0.9979	0.9980	0.9981
2.9	0.9981	0.9982	0.9982	0.9983	0.9984	0.9984	0.9985	0.9985	0.9986	0.9986
3.0	0.9987	0.9987	0.9987	0.9988	0.9988	0.9989	0.9989	0.9989	0.9990	0.9990
3.1	0.9990	0.9991	0.9991	0.9991	0.9992	0.9992	0.9992	0.9992	0.9993	0.9993
3.2	0.9993	0.9993	0.9994	0.9994	0.9994	0.9994	0.9994	0.9995	0.9995	0.9995
3.3	0.9995	0.9995	0.9995	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9997
3.4	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9998
3.5	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998
3.6	0.9998	0.9998	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999

NOTA: En la tabla figuran los valores de  $P(Z \leq k)$  para una distribución normal de media 0 y desviación típica 1. Si no encuentra el valor en la tabla, elija el más próximo y en el caso de que los valores por exceso y por defecto sean iguales considere la media aritmética de los valores correspondientes

## **OPCIÓN B**

1. (3,5 puntos) Una empresa fabrica pintura de dos tipos: mate y brillante. Para ello mezcla dos productos A y B en distintas proporciones. Cada kilo de pintura mate necesita 0,4 kilos de producto A y 0,6 kilos de producto B. Cada kilo de pintura brillante necesita 0,2 kilos de producto A y 0,8 kilos de producto B. La empresa no puede usar más de 200 kilos de producto A ni más de 500 kilos de producto B. Además, por razones comerciales, quiere fabricar al menos 200 kilos de pintura mate y al menos 300 kilos de pintura brillante.

El beneficio por kilo de pintura mate es de 4 euros y el beneficio por kilo de pintura brillante es de 5 euros. ¿Qué cantidad de cada tipo de pintura debe fabricar la empresa para maximizar su beneficio? ¿Cuál será el beneficio máximo que obtendrá?

2. Dada la función

$$f(x) = \frac{x + 2}{x + 1}$$

determinar:

- a) (0,5 puntos) Su dominio.  
b) (0,5 puntos) Sus cortes con los ejes.  
c) (1,25 puntos) Sus asíntotas verticales, horizontales y oblicuas.  
d) (1,25 puntos) Sus intervalos de crecimiento y decrecimiento.
3. En un centro de enseñanza los alumnos pueden hacer uso o no del comedor. La distribución de alumnos en los tres cursos del centro es la siguiente:

	Primer curso	Segundo curso	Tercer curso
Hace uso del comedor	67	60	57
No hace uso del comedor	23	20	18

- a) (1 punto) Se escoge al azar un alumno del centro; ¿cuál es la probabilidad de que sea de segundo curso y haga uso del comedor?  
b) (1 punto) Se escoge al azar un alumno de los que hacen uso del comedor; ¿cuál es la probabilidad de que sea de segundo curso?  
c) (1 punto) Se escogen al azar dos alumnos distintos del centro; ¿cuál es la probabilidad de que sean del mismo curso?



CUESTIONES GENERALES:

En los criterios de evaluación se dan las puntuaciones para las distintas fases de realización de los ejercicios. En algunos ejercicios en los que hay más de una manera de resolverlos se dan criterios dependiendo de cada forma de resolución; aún así, puede haber otras formas de resolver los problemas que no estén contempladas en los criterios expuestos. En este caso queda a criterio del corrector la forma de puntuar el ejercicio. En todo caso, debe darse por válida cualquier forma de resolución de los ejercicios, siempre que sea correcta y esté suficientemente razonada, por inusual o larga que sea.

Como regla general, un pequeño error puntual de cuentas se penalizará con 0,1 puntos. Si el error se produce en un paso intermedio, el resto del ejercicio se corregirá dando como válido el valor (erróneo) obtenido por el estudiante y no se le penalizará por ello en el resto del ejercicio, a no ser que el error dé lugar a un ejercicio significativamente más sencillo que el original, en cuyo caso la puntuación queda a criterio del corrector.

**OPCIÓN A**

1. Discutir el sistema *2 puntos*: si lo hacen por Gauss se puntúa con 1 punto la correcta triangularización y si lo hacen por determinantes se puntúa con 1 punto el cálculo de los determinantes necesarios para llegar a la conclusión. Resolverlo *1,5 puntos* (si la resolución se basa en algún resultado erróneo de la parte de discusión, se dará aquél como bueno a la hora de puntuar la resolución).
  
2. **a)** Sustituir correctamente  $x$  (o  $y$ ) *0,25 puntos*. Derivar *0,5 puntos*. Encontrar puntos críticos y deducir cuál es el máximo y mínimo relativo *0,5 puntos*. Deducir que el máximo relativo es absoluto (en particular comparando con lo que ocurre en los extremos del intervalo) *0,5 puntos*. Dar el valor del máximo de ventas *0,25 puntos*.
- b)** Encontrar la primitiva *1 punto*. Sustituir los límites *0,5 puntos*.
  
3. **a)** Saber qué cuantil buscar *0,5 puntos*. Encontrarlo *0,5 puntos*. Poner la fórmula del error *0,5 puntos*. Sustituir y calcular  $n$  *0,5 puntos* (si se deja el valor  $n$  no entero o se toma el anterior en vez del posterior entero se restan 0,1 puntos).
- b)** Calcular el error (semiamplitud del intervalo) *0,5 puntos*; en esta parte se dará como correcto el cuantil del apartado (a), aunque no lo sea. Poner la fórmula de IC y calcularlo *0,5 puntos*.

**OPCIÓN B**

1. Escribir la función objetivo *0,75 puntos*. Escribir las restricciones *0,5 puntos*. Dibujar correctamente la región factible *0,5 puntos* y encontrar los puntos extremos *1 punto* (si encuentran los puntos extremos correctamente sin haber dibujado la región factible se asignan los 1,5 puntos). Encontrar el punto óptimo *0,5 puntos*. Dar el valor del beneficio máximo *0,25 puntos*.

2. a) 0,5 puntos.
- b) Corte con el eje  $OX$  0,25 puntos. Corte con el eje  $OY$  0,25 puntos.
- c) Asíntota vertical 0,5 puntos. Asíntota horizontal 0,5 puntos. Demostrar (o razonar) que no tiene asíntota oblicua 0,25 puntos.
- d) Calcular la derivada 0,5 puntos. Deducir que la función es siempre decreciente 0,75 puntos.
3. a) 1 punto (si calculan bien sólo el numerador o el denominador de la fracción se les puntúa 0,25 puntos).
- b) 1 punto (si calculan bien sólo el numerador o el denominador de la fracción se les puntúa 0,25 puntos).
- c) 1 punto (si la respuesta la dejan en función del curso (es decir, dan tres respuestas, una por curso, pero no dan una respuesta final) la puntuación máxima del apartado será 0,5 puntos. Si calculan las probabilidades como si fuera con reemplazamiento, la puntuación máxima del apartado será 0,5 puntos).