

PUNTUACIÓN QUE SE OTORGARÁ A ESTE EJERCICIO: (véanse las distintas partes del examen)

En total el examen consta de 10 preguntas optativas del mismo valor, de las que el/la estudiante deberá elegir un máximo de 5 preguntas, cualesquiera de ellas. Cada pregunta vale 2 puntos en total y puede contener distintos apartados, cuyas puntuaciones se indican.

El/la estudiante debe indicar claramente, en la primera página del tríptico, cuáles han sido las 5 preguntas elegidas. (Si no se indica, y se han respondido más de 5 preguntas, sólo se corregirán las 5 preguntas que se han respondido en primer lugar)

1) Dada la siguiente función

$$f(x) = \begin{cases} x^3 + bx + 2 & x \leq 0 \\ \frac{\ln(x+1)}{ax} & x > 0 \end{cases}, \quad a, b \in \mathbb{R}, a, b \neq 0$$

- a) (1 punto) Determine los valores de $a, b \in \mathbb{R}$ para que la función $f(x)$ sea continua en \mathbb{R} .
- b) (1 punto) Calcule aquellos valores que además hacen que la función $f(x)$ tenga un extremo relativo en el punto $x = -1$, y determine el tipo de extremo que es.
- 2) Calcule el valor de $a \in \mathbb{R}$ ($a \neq 0$) para que se verifique el siguiente límite

$$\lim_{x \rightarrow 0} (1 - \operatorname{sen}^2(x))^{\frac{a}{x^2}} = 2.$$

3) Calcule

$$\int \frac{x^2 - 1}{x^3 - 3x + 2} dx.$$

4) Para la siguiente función

$$f(x) = \frac{2x^3 - x^2}{x^2 - x - 2}$$

- a) (1,2 puntos) Estudie el dominio de definición y calcule las asíntotas horizontales, verticales y oblicuas caso de existir.
- b) (0,8 puntos) Calcule la recta tangente a la curva en el punto $x = 1$.
- 5) Dada la siguiente matriz:

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -2 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 0 & 3 \end{pmatrix}$$

- a) (1,25 puntos) Estudie el rango de la matriz $A - kI$ según los valores de $k \in \mathbb{R}$, donde I es la matriz identidad de orden 3.
- b) (0,75 puntos) Calcule la inversa de $A - kI$ para $k = 0$.
- 6)

a) (1 punto) Sabiendo que $\begin{vmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{vmatrix} = 5$, calcule justificadamente $\begin{vmatrix} 2d & 2e + 2f & 2f \\ -g & -h - i & -i \\ a & b + c & c \end{vmatrix}$.

b) (1 punto) Dada la matriz $A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 2 & 2 & 2 \\ 2 & 0 & 0 \end{pmatrix}$, resuelva el sistema $(A - \frac{1}{2}A^T) \cdot X = \begin{pmatrix} 0 \\ 9 \\ 5 \end{pmatrix}$, donde A^T es la matriz traspuesta de A .

7) a) (1 punto) Resuelva el siguiente sistema matricial

$$\begin{cases} 2X + 3Y = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 3 & 7 \end{pmatrix} \\ 3X - 2Y = \begin{pmatrix} 5 & 3 \\ -2 & 4 \end{pmatrix} \end{cases}$$

b) (1 punto) Calcule $\begin{pmatrix} 2 & 0 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}^n$, $n \in \mathbb{N}$.

8) Calcule la ecuación implícita de la recta (como intersección de dos planos) que pasa por el punto $A = (0,1,1)$ y es paralela a los planos: π_1 que contiene los puntos B_1, B_2, B_3 , y $\pi_2 \equiv x + 2z = 1$, siendo:

$$B_1 = (-1,0,2), B_2 = (1,3,1), B_3 = (2, -1,0).$$

9) Sean los siguientes vectores:

$$\vec{u}_1 = (-1,1,1), \quad \vec{u}_2 = (0,3,1), \quad \vec{u}_3 = (1, -2,0), \quad \vec{u}_4 = (-2,0,1)$$

a) (1 punto) Compruebe si los vectores $\{\vec{v}_1, \vec{v}_2, \vec{v}_3\}$ son linealmente dependientes o independientes, siendo:

$$\vec{v}_1 = 2\vec{u}_1 - \vec{u}_2, \quad \vec{v}_2 = \vec{u}_1 + \vec{u}_3, \quad \vec{v}_3 = \vec{u}_4.$$

b) (1 punto) Calcule las siguientes expresiones:

$$(2\vec{u}_1 - \vec{u}_2) \cdot (2\vec{u}_1 - \vec{u}_2), \quad (\vec{u}_4 - \vec{u}_1) \times (\vec{u}_4 - \vec{u}_1),$$

siendo \cdot y \times los productos escalar y vectorial de dos vectores respectivamente.

10) La cantidad de hierro en suero de una mujer adulta sigue una distribución normal de media 120 $\mu\text{g/dl}$ y desviación típica 30 $\mu\text{g/dl}$. Se considera que una mujer tiene un tipo de anemia por falta de hierro si su cantidad de hierro no llega a 75 $\mu\text{g/dl}$.

a) (1 punto) ¿Cuál es la probabilidad de que una mujer adulta tenga anemia por falta de hierro?

b) (1 punto) El 45% de mujeres adultas tienen una cantidad de hierro en suero superior a k . Averigüe el valor de k .

| k | 0.00 | 0.01 | 0.02 | 0.03 | 0.04 | 0.05 | 0.06 | 0.07 | 0.08 | 0.09 |
|-----|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| 0.0 | 0.5000 | 0.5040 | 0.5080 | 0.5120 | 0.5160 | 0.5199 | 0.5239 | 0.5279 | 0.5319 | 0.5359 |
| 0.1 | 0.5398 | 0.5438 | 0.5478 | 0.5517 | 0.5557 | 0.5596 | 0.5636 | 0.5675 | 0.5714 | 0.5753 |
| 0.2 | 0.5793 | 0.5832 | 0.5871 | 0.5910 | 0.5948 | 0.5987 | 0.6026 | 0.6064 | 0.6103 | 0.6141 |
| 0.3 | 0.6179 | 0.6217 | 0.6255 | 0.6293 | 0.6331 | 0.6368 | 0.6406 | 0.6443 | 0.6480 | 0.6517 |
| 0.4 | 0.6554 | 0.6591 | 0.6628 | 0.6664 | 0.6700 | 0.6736 | 0.6772 | 0.6808 | 0.6844 | 0.6879 |
| 0.5 | 0.6915 | 0.6950 | 0.6985 | 0.7019 | 0.7054 | 0.7088 | 0.7123 | 0.7157 | 0.7190 | 0.7224 |
| 0.6 | 0.7257 | 0.7291 | 0.7324 | 0.7357 | 0.7389 | 0.7422 | 0.7454 | 0.7486 | 0.7517 | 0.7549 |
| 0.7 | 0.7580 | 0.7611 | 0.7642 | 0.7673 | 0.7704 | 0.7734 | 0.7764 | 0.7794 | 0.7823 | 0.7852 |
| 0.8 | 0.7881 | 0.7910 | 0.7939 | 0.7967 | 0.7995 | 0.8023 | 0.8051 | 0.8078 | 0.8106 | 0.8133 |
| 0.9 | 0.8159 | 0.8186 | 0.8212 | 0.8238 | 0.8264 | 0.8289 | 0.8315 | 0.8340 | 0.8365 | 0.8389 |
| 1.0 | 0.8413 | 0.8438 | 0.8461 | 0.8485 | 0.8508 | 0.8531 | 0.8554 | 0.8577 | 0.8599 | 0.8621 |
| 1.1 | 0.8643 | 0.8665 | 0.8686 | 0.8708 | 0.8729 | 0.8749 | 0.8770 | 0.8790 | 0.8810 | 0.8830 |
| 1.2 | 0.8849 | 0.8869 | 0.8888 | 0.8907 | 0.8925 | 0.8944 | 0.8962 | 0.8980 | 0.8997 | 0.9015 |
| 1.3 | 0.9032 | 0.9049 | 0.9066 | 0.9082 | 0.9099 | 0.9115 | 0.9131 | 0.9147 | 0.9162 | 0.9177 |
| 1.4 | 0.9192 | 0.9207 | 0.9222 | 0.9236 | 0.9251 | 0.9265 | 0.9279 | 0.9292 | 0.9306 | 0.9319 |
| 1.5 | 0.9332 | 0.9345 | 0.9357 | 0.9370 | 0.9382 | 0.9394 | 0.9406 | 0.9418 | 0.9429 | 0.9441 |
| 1.6 | 0.9452 | 0.9463 | 0.9474 | 0.9484 | 0.9495 | 0.9505 | 0.9515 | 0.9525 | 0.9535 | 0.9545 |
| 1.7 | 0.9554 | 0.9564 | 0.9573 | 0.9582 | 0.9591 | 0.9599 | 0.9608 | 0.9616 | 0.9625 | 0.9633 |
| 1.8 | 0.9641 | 0.9649 | 0.9656 | 0.9664 | 0.9671 | 0.9678 | 0.9686 | 0.9693 | 0.9699 | 0.9706 |
| 1.9 | 0.9713 | 0.9719 | 0.9726 | 0.9732 | 0.9738 | 0.9744 | 0.9750 | 0.9756 | 0.9761 | 0.9767 |
| 2.0 | 0.9772 | 0.9778 | 0.9783 | 0.9788 | 0.9793 | 0.9798 | 0.9803 | 0.9808 | 0.9812 | 0.9817 |
| 2.1 | 0.9821 | 0.9826 | 0.9830 | 0.9834 | 0.9838 | 0.9842 | 0.9846 | 0.9850 | 0.9854 | 0.9857 |
| 2.2 | 0.9861 | 0.9864 | 0.9868 | 0.9871 | 0.9875 | 0.9878 | 0.9881 | 0.9884 | 0.9887 | 0.9890 |
| 2.3 | 0.9893 | 0.9896 | 0.9898 | 0.9901 | 0.9904 | 0.9906 | 0.9909 | 0.9911 | 0.9913 | 0.9916 |
| 2.4 | 0.9918 | 0.9920 | 0.9922 | 0.9925 | 0.9927 | 0.9929 | 0.9931 | 0.9932 | 0.9934 | 0.9936 |
| 2.5 | 0.9938 | 0.9940 | 0.9941 | 0.9943 | 0.9945 | 0.9946 | 0.9948 | 0.9949 | 0.9951 | 0.9952 |
| 2.6 | 0.9953 | 0.9955 | 0.9956 | 0.9957 | 0.9959 | 0.9960 | 0.9961 | 0.9962 | 0.9963 | 0.9964 |
| 2.7 | 0.9965 | 0.9966 | 0.9967 | 0.9968 | 0.9969 | 0.9970 | 0.9971 | 0.9972 | 0.9973 | 0.9974 |
| 2.8 | 0.9974 | 0.9975 | 0.9976 | 0.9977 | 0.9977 | 0.9978 | 0.9979 | 0.9979 | 0.9980 | 0.9981 |
| 2.9 | 0.9981 | 0.9982 | 0.9982 | 0.9983 | 0.9984 | 0.9984 | 0.9985 | 0.9985 | 0.9986 | 0.9986 |
| 3.0 | 0.9987 | 0.9987 | 0.9987 | 0.9988 | 0.9988 | 0.9989 | 0.9989 | 0.9989 | 0.9990 | 0.9990 |
| 3.1 | 0.9990 | 0.9991 | 0.9991 | 0.9991 | 0.9992 | 0.9992 | 0.9992 | 0.9992 | 0.9993 | 0.9993 |
| 3.2 | 0.9993 | 0.9993 | 0.9994 | 0.9994 | 0.9994 | 0.9994 | 0.9994 | 0.9995 | 0.9995 | 0.9995 |
| 3.3 | 0.9995 | 0.9995 | 0.9995 | 0.9996 | 0.9996 | 0.9996 | 0.9996 | 0.9996 | 0.9996 | 0.9997 |
| 3.4 | 0.9997 | 0.9997 | 0.9997 | 0.9997 | 0.9997 | 0.9997 | 0.9997 | 0.9997 | 0.9997 | 0.9998 |
| 3.5 | 0.9998 | 0.9998 | 0.9998 | 0.9998 | 0.9998 | 0.9998 | 0.9998 | 0.9998 | 0.9998 | 0.9998 |
| 3.6 | 0.9998 | 0.9998 | 0.9999 | 0.9999 | 0.9999 | 0.9999 | 0.9999 | 0.9999 | 0.9999 | 0.9999 |

NOTA: En la tabla figuran los valores de $P(Z \leq k)$ para una distribución normal de media 0 y desviación típica 1. Si no encuentra el valor en la tabla, elija el más próximo y en el caso de que los valores por exceso y por defecto sean iguales considere la media aritmética de los valores correspondientes.

CRITERIOS ESPECÍFICOS DE CORRECCIÓN

CUESTIONES GENERALES

Como norma general se valorará positivamente la exposición lógica, ordenada y coherente de las respuestas.

Si en el desarrollo de un problema se detecta un error numérico, que no sea manifiestamente inconsistente con la cuestión, y el desarrollo posterior es coherente con dicho error, no se debe dar especial relevancia a éste, siempre y cuando el problema no haya quedado reducido a uno trivial o el resultado sea inconsistente de forma evidente con el problema a resolver.

En determinados apartados se dan puntuaciones para la solución por alguno de los métodos más habituales. En todo caso, la resolución de un apartado utilizando un método distinto otorgará la puntuación máxima, siempre que el método sea correcto y lo sea también su solución.

De acuerdo con las normas generales que aparecen en la información pública, los correctores pueden bonificar hasta con un máximo de un punto, el buen uso de la lengua o el desarrollo técnico de los ejercicios.

1. (2 pts)
 - a. (1 pts) Aplicación de la definición de continuidad correctamente en todo el dominio, y calculando límites drcha, izda en $x=0$ y $f(0)$. Si sólo da el valor de "a" y no indica para todo "b" real, se penalizará con 0,4 puntos.
 - b. (1 pts) Si no indica el tipo de extremo que es, será valorado con 0,6 pts.
2. (2 pts) Los pasos en el cálculo del límite deben estar claros y la calificación debe tenerlos en cuenta. Cualquier método se considera válido. Por errores de cálculo que no simplifiquen el estudio se podrá penalizar hasta con 0,5 pts. Si no sabe despejar la a, se descontará 0,5 pts.
3. (2 pts) Los pasos en el cálculo de la integral deben estar claros y la calificación debe tenerlos en cuenta. Si no se pone la constante de integración se penalizará con 0,2 pts.
4. (2 pts)
 - a. (1,2 pts) Dominio de definición correctamente indicado 0,4 pts. Asíntotas verticales 0,3 (0,15*2) pts; comprobación de no horizontal 0,2 pts; asíntota oblicua 0,3 pts.
 - b. (0,8 pts) Se podrá poner una puntuación intermedia de 0,4 pts si se ha producido un error leve y aislado de cálculo.
5. (2 pts)
 - a. (1,25 pts) Cálculo del determinante 0,25 pts. Resolución 0,25 pts. Estudio de cada rango 0,25 pts.
 - b. (0,75 pts) Cualquier método es válido. Por algún error leve y aislado se restará 0,25.
6. (2 pts)
 - a. (1 pts) Debe justificar los pasos. Por errores leves de cálculo, se podrá descontar 0,25 pts.
 - b. (1 pts) Cualquier método es válido. Si hay error leve de cálculo, que preserve el buen razonamiento pero que da la solución incorrecta, se podrá descontar un máximo de 0,25 pts.
7. (2 pts)
 - a. (1 pts) Cualquier método es válido. Por error leves y aislado, se podrá descontar 0,25 pts.
 - b. (1 pts) Si el desarrollo está bien, pero la fórmula final no es correcta, se podrá descontar 0,5 puntos.
8. (2 pts) Cálculo del vector normal del primer plano 0,6 pts. Cálculo del vector director de la recta 0,6 pts. Cálculo de la recta 0,8 pts (si no la expresa como ecuación implícita se valorará con 0,4 pts).
9. (2 pts)
 - a. (1 pts) Por algún error leve de cálculo se podrá descontar 0,25 pts, siempre y cuando la respuesta sea coherente con el resultado obtenido. Si se indica que son linealmente independientes sin ninguna justificación, el ejercicio no será valorado.
 - b. (1 pts) No se contemplan puntuaciones intermedias.
10. (2 pts)
 - a. (1 pts) Por pequeños errores de cálculo o por copiar mal el valor de la tabla normal se quitará un máximo de 0,3 pts.
 - b. (1 pts) Por pequeños errores de cálculo o por copiar mal el valor de la tabla normal se quitará un máximo de 0,3 pts.