

PUNTUACIÓN QUE SE OTORGARÁ A ESTE EJERCICIO: (véanse las distintas partes del examen)

El estudiante responderá, como máximo, a tres de las seis preguntas propuestas. Si se realizan más de tres ejercicios sólo se corregirán los tres primeros que aparezcan en el tríptico y, para evitar confusiones, se recomienda numerarlo. La nota final será el resultado de sumar las puntuaciones obtenidas en las preguntas realizadas y dividir dicha suma para tres.

1.- (10 puntos) Responda a las siguientes cuestiones:

a.- (5 puntos) Dadas las matrices $A = \begin{pmatrix} -2 & 0 & 1 \\ 5 & -1 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 2 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$, $C = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 4 & -1 & 3 \end{pmatrix}$ y la ecuación

matricial $XB + A = C$, determine razonadamente el orden (dimensión) de la matriz X para que la ecuación matricial esté bien planteada. Despeje la matriz X y resuelva dicha ecuación matricial.

b.- (5 puntos) Calcule, utilizando técnicas matriciales, la solución del sistema de ecuaciones lineales:

$$\left. \begin{array}{l} 2x - 5y + 3z = 1 \\ x - y + z = 1 \\ 3x + 3y + z = 5 \end{array} \right\}$$

2.- (10 puntos) Emilia quiere fertilizar sus campos de cultivo utilizando sacos de fertilizantes de dos marcas comerciales, A y B . Por cuestiones medioambientales debe comprar como máximo 100 sacos. Un saco del fertilizante A cuesta 4 € y uno del B cuesta 6 €. Un saco del fertilizante A contiene 3 unidades de nitrógeno, 5 de fósforo y 1 de potasio, mientras que un saco del B contiene 2 unidades de cada nutriente. Los terrenos estarán bien fertilizados con al menos 180 unidades de nitrógeno, al menos 200 de fósforo y, al menos, 80 de potasio. ¿Cuál es el gasto mínimo que tiene que hacer Emilia y qué debe comprar para satisfacer las necesidades nutricionales de los cultivos?

3.- (10 puntos) El coste total de fabricación, en euros, de cierto producto viene dado por la función $C(x) = x^2 + 80x + 10.000$, donde x representa el número de unidades producidas y vendidas.

a.- (5 puntos) Si cada producto se vende a 400 euros, plantee la función beneficio (ingresos menos costes) en función del número de unidades producidas y vendidas. Determine el número de unidades del producto que deben venderse para que el beneficio sea máximo (justificando que lo es). ¿A cuánto asciende dicho beneficio máximo?

b.- (5 puntos) ¿En qué nivel de producción se minimiza el coste medio por unidad $CM(x) = \frac{C(x)}{x}$?

4.- (10 puntos) Dada $f(x) = \frac{mx^3 - 1}{x^2}$.

a.- (6 puntos) Determine el valor del parámetro m para que la función tenga un extremo relativo en $x = -1$. Razone si se trata de un máximo o un mínimo relativo.

b.- (4 puntos) Calcule el valor de m para que $\int_1^2 f(x) dx = 4$.

5.- (10 puntos) Responda a las siguientes cuestiones:

a.- (6 puntos) La probabilidad de que un autobús escolar llegue con retraso en un día nublado es de 0,08 y en un día despejado 0,004. Durante un periodo de 20 días ha habido 8 días nublados y 12 días despejados. Para un día elegido al azar, ¿cuál será la probabilidad de que el autobús llegue con retraso?

b.- (4 puntos) De los sucesos A y B de un mismo experimento aleatorio se sabe que: $P(A) = \frac{3}{8}$, $P(B) = \frac{5}{8}$ y $P(A \cup B) = \frac{3}{4}$. Calcule $P(A \cap B)$, $P(A/B)$ y $P(A \cap \bar{B})$. Justifique si A y B son dos sucesos independientes.

6.- (10 puntos) Se pretende analizar el consumo anual en alimentación y bebidas en los hogares españoles. Dicha variable sigue una distribución normal con una desviación típica de 3.000 euros.

a.- (5 puntos) Si deseamos obtener un intervalo de confianza al 96% para la media de dicha variable ¿cuántas familias tenemos que encuestar para que la amplitud del intervalo no sea superior de 2.000 euros?

b.- (4 puntos) En una muestra de 60 hogares se obtuvo un consumo medio anual en alimentación y bebidas de 17.000 euros, halle el intervalo de confianza al 96% para la media de dicha variable.

c.- (1 punto) Si desde una asociación de consumidores se afirma «el consumo anual medio en alimentación y bebidas en hogares es de 20.000 euros al año». Razone, a la vista del apartado b.- si hay motivos para dudar de su afirmación.

k	0,00	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09	k
0,0	0,5000	0,5040	0,5080	0,5120	0,5160	0,5199	0,5239	0,5279	0,5319	0,5359	0,0
0,1	0,5398	0,5438	0,5478	0,5517	0,5557	0,5596	0,5636	0,5675	0,5714	0,5753	0,1
0,2	0,5793	0,5832	0,5871	0,5910	0,5948	0,5987	0,6026	0,6064	0,6103	0,6141	0,2
0,3	0,6179	0,6217	0,6255	0,6293	0,6331	0,6368	0,6406	0,6443	0,6480	0,6517	0,3
0,4	0,6554	0,6591	0,6628	0,6664	0,6700	0,6736	0,6772	0,6808	0,6844	0,6879	0,4
0,5	0,6915	0,6950	0,6985	0,7019	0,7054	0,7088	0,7123	0,7157	0,7190	0,7224	0,5
0,6	0,7257	0,7291	0,7324	0,7357	0,7389	0,7422	0,7454	0,7486	0,7517	0,7549	0,6
0,7	0,7580	0,7611	0,7642	0,7673	0,7704	0,7734	0,7764	0,7794	0,7823	0,7852	0,7
0,8	0,7881	0,7910	0,7939	0,7967	0,7995	0,8023	0,8051	0,8078	0,8106	0,8133	0,8
0,9	0,8159	0,8186	0,8212	0,8238	0,8264	0,8289	0,8315	0,8340	0,8365	0,8389	0,9
1,0	0,8413	0,8438	0,8461	0,8485	0,8508	0,8531	0,8554	0,8577	0,8599	0,8621	1,0
1,1	0,8643	0,8665	0,8686	0,8708	0,8729	0,8749	0,8770	0,8790	0,8810	0,8830	1,1
1,2	0,8849	0,8869	0,8888	0,8907	0,8925	0,8944	0,8962	0,8980	0,8997	0,9015	1,2
1,3	0,9032	0,9049	0,9066	0,9082	0,9099	0,9115	0,9131	0,9147	0,9162	0,9177	1,3
1,4	0,9192	0,9207	0,9222	0,9236	0,9251	0,9265	0,9279	0,9292	0,9306	0,9319	1,4
1,5	0,9332	0,9345	0,9357	0,9370	0,9382	0,9394	0,9406	0,9418	0,9429	0,9441	1,5
1,6	0,9452	0,9463	0,9474	0,9484	0,9495	0,9505	0,9515	0,9525	0,9535	0,9545	1,6
1,7	0,9554	0,9564	0,9573	0,9582	0,9591	0,9599	0,9608	0,9616	0,9625	0,9633	1,7
1,8	0,9641	0,9649	0,9656	0,9664	0,9671	0,9678	0,9686	0,9693	0,9699	0,9706	1,8
1,9	0,9713	0,9719	0,9726	0,9732	0,9738	0,9744	0,9750	0,9756	0,9761	0,9767	1,9
2,0	0,9772	0,9778	0,9783	0,9788	0,9793	0,9798	0,9803	0,9808	0,9812	0,9817	2,0
2,1	0,9821	0,9826	0,9830	0,9834	0,9838	0,9842	0,9846	0,9850	0,9854	0,9857	2,1
2,2	0,9861	0,9864	0,9868	0,9871	0,9875	0,9878	0,9881	0,9884	0,9887	0,9890	2,2
2,3	0,9893	0,9896	0,9898	0,9901	0,9904	0,9906	0,9909	0,9911	0,9913	0,9916	2,3
2,4	0,9918	0,9920	0,9922	0,9925	0,9927	0,9929	0,9931	0,9932	0,9934	0,9936	2,4
2,5	0,9938	0,9940	0,9941	0,9943	0,9945	0,9946	0,9948	0,9949	0,9951	0,9952	2,5
2,6	0,9953	0,9955	0,9956	0,9957	0,9959	0,9960	0,9961	0,9962	0,9963	0,9964	2,6
2,7	0,9965	0,9966	0,9967	0,9968	0,9969	0,9970	0,9971	0,9972	0,9973	0,9974	2,7
2,8	0,9974	0,9975	0,9976	0,9977	0,9977	0,9978	0,9979	0,9979	0,9980	0,9981	2,8
2,9	0,9981	0,9982	0,9982	0,9983	0,9984	0,9984	0,9985	0,9985	0,9986	0,9986	2,9
3,0	0,9987	0,9987	0,9987	0,9988	0,9988	0,9989	0,9989	0,9989	0,9990	0,9990	3,0
3,1	0,9990	0,9991	0,9991	0,9991	0,9992	0,9992	0,9992	0,9992	0,9993	0,9993	3,1
3,2	0,9993	0,9993	0,9994	0,9994	0,9994	0,9994	0,9994	0,9995	0,9995	0,9995	3,2
3,3	0,9995	0,9995	0,9995	0,9996	0,9996	0,9996	0,9996	0,9996	0,9996	0,9997	3,3
3,4	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9998	3,4
3,5	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	3,5
3,6	0,9998	0,9998	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	3,6

NOTA: En la tabla figuran los valores de $P(Z \leq k)$ para una distribución normal de media 0 y desviación típica 1. Si no encuentra el valor en la tabla, elija el más próximo y en el caso de que los valores por exceso y por defecto sean iguales considere la media aritmética de los valores correspondientes.

CRITERIOS ESPECÍFICOS DE CORRECCIÓN

CUESTIONES GENERALES

- En los criterios de evaluación se dan las puntuaciones para las distintas fases de realización de los ejercicios. En algunos ejercicios en los que hay más de una manera de resolverlos se dan criterios dependiendo de cada forma de resolución; aun así, puede haber otras formas de resolver los problemas que no estén contempladas en los criterios expuestos. En este caso queda a criterio del corrector la forma de puntuar el ejercicio.
- En todo caso, debe darse por válida cualquier forma de resolución de los ejercicios, siempre que sea correcta y esté suficientemente razonada, por inusual o larga que sea.
- Como regla general, un pequeño error puntual de cuentas se penalizará con 0,1 ptos. Si el error se produce en un paso intermedio, el resto del ejercicio se corregirá dando como válido el valor (erróneo) obtenido por el estudiante y no se le penalizará por ello en el resto del ejercicio, a no ser que el error dé lugar a un ejercicio significativamente más sencillo que el original, en cuyo caso la puntuación queda a criterio del corrector.

Ejercicio 1

- a) **(5 puntos)** Determinar la dimensión de la matriz X (0,5 ptos), despejar la matriz X (1 pto) y calcular la solución (3,5 ptos). El desglose de la puntuación para el cálculo de la matriz solución será:
- Obtener $C - A$ (0,5 ptos), calcular la inversa de B (2 ptos), calcular el producto $(C - A)B^{-1}$ (1 pto). En el cálculo de la matriz inversa, si se ha optado por operaciones elementales, llevar la matriz inicial a una matriz triangular superior se valorará con (1,5 ptos) y por llegar a la matriz identidad (0,5 ptos). Si el cálculo se ha realizado con la fórmula, al cálculo de la matriz adjunta se otorgará (1 pto), al cálculo del determinante (0,5 ptos) y llegar al resultado final (0,5 ptos).
- b) **(5 puntos)** Escalonar la matriz del sistema o análisis de rangos para comprobar que se trata de un SCI (3 ptos). Transformar la matriz resultante en sistema de ecuaciones y obtener el valor de una incógnita en función del grado de libertad (1 pto); obtener la solución (1 pto).

Ejercicio 2

- a) **(10 puntos)** Planteamiento del problema (3 ptos), representar la región factible (3 ptos) y cálculo de la solución óptima (aunque sea a partir de un planteamiento erróneo, siempre que no dé lugar a un problema mucho más sencillo que el original) (4 ptos). El desglose será:
- Definir las variables de decisión (0,25 ptos) y la condición de no negatividad (0,25 ptos), definir la función objetivo (0,5 ptos). Definir las cuatro restricciones del enunciado (2 ptos = 0,5 ptos cada una).
 - Representar la región factible (2,5 ptos = 0,5x5) y 0,5 ptos por la intersección de todas ellas.
 - En el cálculo de la solución óptima (4 ptos) (aunque sea a partir de un planteamiento erróneo, siempre que no dé lugar a un problema mucho más sencillo que el original) y se procederá como sigue:
 - Si se ha optado por evaluar la función objetivo en los vértices: calcular las coordenadas de los vértices (2 ptos; cada vértice 0,4*5), evaluar la función objetivo en los vértices (1 pto; 0,2*5). Determinar el vértice donde se alcanza el mínimo (0,5 ptos) y su valor (0,5 ptos).
 - Si se ha optado por curvas de nivel: representar la primera recta 0,8 ptos, una paralela 0,4 ptos, identificar la dirección de mejora 0,5 ptos. Razonar gráficamente el vértice solución (0,3 ptos). Determinar analíticamente el mínimo (0,5 ptos) y su valor (0,5 ptos).

Ejercicio 3

- a) **(5 puntos)** Plantear la función beneficio $B(x)$ (1 pto), calcular la derivada $B'(x)$ (1 pto), calcular el punto crítico (1 pto). Obtener la coordenada (x) del máximo, justificando que lo es (1,5 ptos). Calcular el beneficio máximo (0,5 ptos).
- b) **(5 puntos)** Calcular $CM(x)$ y $CM'(x)$ (2 ptos), calcular los puntos críticos (1,5 ptos). Obtener la coordenada (x) del mínimo, justificando que lo es (1,5 ptos).

Ejercicio 4

- a) **(6 puntos)** Calcular $f'(x)$ (2 ptos), evaluar la derivada primera en $x = -1$ (1 pto) y obtener el valor de $m = 2$ para que en $x = -1$ haya un punto crítico (1 pto). Analizar que en $x = -1$ con $m = 2$ existe un máximo relativo (2 ptos).
- b) **(4 puntos)** Expresar el integrando como suma de integrales inmediatas (0,5 ptos), cálculo de las primitivas (2 ptos; 1 pto cada una) y cálculo de la integral definida (1 pto). Obtener el valor de m (0,5 ptos).

Ejercicio 5

- a) **(6 puntos)** Calcular la probabilidad de día nublado (1 pto) y la probabilidad de día despejado (1 pto). Escribir el teorema de la probabilidad total, diagrama de árbol o tabla con los datos del enunciado (2 ptos). Obtener la probabilidad solicitada (2 ptos).
- b) **(4 puntos)** Se puntuará con (1 pto) cada una de las cuestiones formuladas.

Ejercicio 6

- a) **(5 puntos)** Saber qué cuantil buscar y calcularlo (2 ptos). Escribir la fórmula del error (1 pto). Sustituir y calcular el valor de n (2 ptos). Si se deja el valor n no entero o se toma el anterior en vez del posterior, se restan 0,5 ptos. Se penalizará con 1 pto trabajar con la amplitud en vez de con el error.
- b) **(4 puntos)** Escribir la fórmula de error, sustituir y calcularlo (2 ptos). Poner la fórmula del intervalo de confianza y calcularlo (2 ptos).
- c) **(1 punto)** Es suficiente con argumentar que, al no estar el valor 20.000 dentro del intervalo, hay motivos para dudar –con los datos del problema– de la afirmación de la asociación.