

PUNTUACIÓN QUE SE OTORGARÁ A ESTE EJERCICIO: (véanse las distintas partes del examen)

En total el examen consta de 10 preguntas optativas del mismo valor, de las que el/la estudiante deberá elegir un máximo de 5 preguntas, cualesquiera de ellas. Cada pregunta vale 2 puntos en total y puede contener distintos apartados, cuyas puntuaciones se indican.

El/la estudiante debe indicar claramente, en la primera página del tríptico, cuáles han sido las 5 preguntas elegidas. (Si no se indica, y se han respondido más de 5 preguntas, sólo se corregirán las 5 preguntas que se han respondido en primer lugar)

- 1) Dada la siguiente función

$$f(x) = (e^{ax} + b)x - e, \quad a, b \in \mathbb{R}, a \neq 0.$$

- a) (1 punto) Calcula los valores de a y b , sabiendo que dicha función tiene un extremo relativo en $x = 0$ y un punto de inflexión en $x = 2$.
- b) (1 punto) Para los valores $a = 1$ y $b = 2$, calcula $\int xf(x)dx$.
- 2) Calcula el valor del parámetro $a \in \mathbb{R}$, para que el siguiente límite sea finito y calcula el valor de dicho límite

$$L = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(x+1) - a \operatorname{sen}(x) + 3x \cos(2x)}{x^2}.$$

- 3) Descompón el número $\sqrt{3}$ en dos sumandos positivos, de forma que la suma de sus respectivos logaritmos en base 3 sea máxima y calcula esta suma de forma exacta.
- 4) Para la siguiente función

$$f(x) = \frac{x^2}{x^2 - 2x + 1}$$

- a) (1 punto) Indica el dominio de definición y estudia su monotonía.
- b) (1 punto) Estudia la curvatura de la función (concavidad = \cap y convexidad = \cup) y la existencia de puntos de inflexión, y calcúlalos si existen.
- 5) Dada la siguiente matriz:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & m \\ 2 & m & m+2 \\ m-1 & 2 & 1 \end{pmatrix}.$$

- a) (1 punto) Discute el rango de la matriz A según los valores de $m \in \mathbb{R}$.
- b) (1 punto) Calcula la inversa de la matriz A para el valor $m = 1$.

- 6) Sabiendo que $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 0 & 5 \\ a & b & c \end{vmatrix} = \frac{1}{2}$, calcula razonadamente el determinante de la matriz

$$A = \begin{pmatrix} 4a+2 & 4b+4 & 4c+6 \\ 3a & 3b & 3c \\ a+4 & b & c+5 \end{pmatrix}^2.$$

- 7) Una ONG aragonesa de reciente creación tiene tres sedes, una en Huesca, otra en Zaragoza y otra en Teruel. El número total de voluntarios es de 31. Para que Huesca y Zaragoza tuvieran el mismo número de voluntarios tendrían que trasladarse 3 de Huesca a Zaragoza. Además, el número de los voluntarios de la sede de Huesca excede en 1 a la suma de los voluntarios de las otras dos sedes. ¿Cuántos voluntarios hay en cada una de las tres sedes?

8) Si los vectores $\{\vec{u}, \vec{v}, \vec{w}\}$ son linealmente independientes,

a) (1,2 puntos) Comprueba si los vectores $\{\vec{r}, \vec{s}, \vec{t}\}$ son linealmente dependientes o independientes, siendo

$$\vec{r} = \vec{u} - \vec{v} - 2\vec{w}, \quad \vec{s} = \vec{u} + 3\vec{w}, \quad \vec{t} = 2\vec{u} - \vec{v} + \vec{w}.$$

b) (0,8 puntos) Calcula razonadamente $3\vec{s} \times (\vec{t} - \vec{r})$ donde \times representa el producto vectorial de dos vectores.

9) De los turistas que llegaron a España el mes pasado, el 35% visitaron Aragón. Si seleccionamos al azar y de manera independiente 7 turistas que llegaron a España el mes pasado.

a) (1 punto) Razona, sin hacer uso de la calculadora: ¿Qué es más probable, que 2 de estos turistas visitaran Aragón, o que sean 5 los que visitaron nuestra Comunidad Autónoma?

b) (1 punto) Calcula la probabilidad de que alguno de los 7 turistas haya visitado Aragón.

10) En el club deportivo Ares, se juegan tres modalidades de raqueta: pádel, tenis y frontón-tenis. Cada socio del club sólo puede apuntarse a una única modalidad. El 60% se apuntó a pádel, el 25% a tenis y el 15% a frontón-tenis. En los campeonatos anuales entre clubes deportivos, participaron todos los socios del club Ares, de los cuales han conseguido medalla el 21% de los jugadores de pádel, el 30% de los jugadores de tenis y el 12% de los jugadores de frontón-tenis.

a) (1 punto) Calcula la probabilidad de que un jugador de raqueta del club, seleccionado al azar, haya obtenido una medalla.

b) (1 punto) Calcula la probabilidad de que un jugador con medalla, seleccionado al azar, sea jugador de la modalidad tenis.

CRITERIOS ESPECÍFICOS DE CORRECCIÓN

CUESTIONES GENERALES

Como norma general se valorará positivamente la exposición lógica, ordenada y coherente de las respuestas.

Si en el desarrollo de un problema se detecta un error numérico, que no sea manifiestamente inconsistente con la cuestión, y el desarrollo posterior es coherente con dicho error, no se debe dar especial relevancia a éste, siempre y cuando el problema no haya quedado reducido a uno trivial o el resultado sea inconsistente de forma evidente con el problema a resolver.

En determinados apartados se dan puntuaciones para la solución por alguno de los métodos más habituales. En todo caso, la resolución de un apartado utilizando un método distinto otorgará la puntuación máxima, siempre que el método sea correcto y lo sea también su solución.

De acuerdo con las normas generales que aparecen en la información pública, los correctores pueden bonificar hasta con un máximo de un punto, el buen uso de la lengua o el desarrollo técnico de los ejercicios.

1. (2 ptos)
 - a. (1 pto) Cálculo de cada parámetro 0,5 puntos. Por algún error leve de cálculo se podrá descontar 0,2.
 - b. (1 pto) Si no ponen la constante de integración, se descuenta 0,3. Por algún error leve de cálculo se podrá descontar 0,2.
2. (2 ptos) Los pasos en el cálculo del límite deben estar claros y la calificación debe tenerlos en cuenta. Por errores leves se podrá descontar 0,25.
3. (2 ptos) Función a optimizar 0,5. Obtención del máximo 0,5. Comprobación de máximo 0,5. Cálculo de la suma exacta 0,5. Errores leves que no simplifiquen descontarán un máximo de 0,25.
4. (2 ptos)
 - a. (1 pto) Dominio de definición correctamente escrito 0,5. Monotonía 0,5. Por errores leves, se podrá descontar 0,2. Si la escritura matemática no es correcta se descontará 0,3.
 - b. (1 pto) Región de concavidad 0,3; convexidad 0,3; punto de inflexión 0,4; Si no quitan el punto fuera del dominio de la región se restará 0,3. Por errores leves se podrá descontar 0,2.
5. (2 ptos)
 - a. (1 pto) Si calcula bien el determinante 0,4. La solución correcta debe contemplar todas las clasificaciones. 0,2 para cada opción (rango 2, 3). Si hay algún error leve que no simplifique el estudio se restará un máximo de 0,2.
 - b. (1 pto) Válido cualquier método de cálculo de la inversa. Algún error leve que no simplifique se podrá descontar hasta 0,2.
6. (2 ptos) Debe justificar los pasos. Cada paso que no se justifique se descuenta 0,1 puntos. Si calcula el determinante sin elevar al cuadrado serán 1,2 puntos. Por errores leves de cálculo, se podrá descontar un máximo de 0,25 ptos.
7. (2 ptos) Si escribe bien las ecuaciones será 1,2 puntos (0,4*3). Por errores leves de cálculo, se podrá descontar un máximo de 0,25 ptos.
8. (2 ptos)
 - a. (1,2 ptos) Si responde sin ninguna justificación, no será valorado. Se podrá descontar 0,25 por algún error leve de cálculo siempre que la respuesta sea coherente con el resultado obtenido.
 - b. (0,8 ptos) Errores de cálculo que no resten o simplifiquen, se descontará hasta 0,2. El razonamiento alude a las características de los vectores y al concepto de producto vectorial de dos vectores. Si no indica estos aspectos en ninguna ocasión será -0,4. Si no indica el resultado como expresión de un vector (vector nulo), se descontará 0,4.

Nota para Ejs 9 y 10, y común a los dos apartados: válida cualquier estrategia para determinar la probabilidad, si es coherente y correcta.

9. (2 ptos) Si se indica la variable aleatoria binomial, con sus parámetros n y p correctamente, se podrán asignar 0,5 puntos. Se puede otorgar la puntuación completa a la expresión correcta de la probabilidad, aunque el estudiante no haga referencia a la binomial. Si se indican las probabilidades

solicitadas correctamente, pero no se especifica el valor concreto de los números combinatorios, se podrá penalizar hasta con 0,2 puntos.

- a. (1 pto) Errores de cálculo que no resten o simplifiquen, se descontará hasta 0,2. Si no razona la respuesta, pero se da correcta, se valora con 0,25.
- b. (1 pto) Errores de cálculo que no resten o simplifiquen, se descontará hasta 0,2.

10. (2 ptos)

- a. (1 pto) Si se identifica el suceso y la probabilidad que debe calcular pero no se llega a desarrollar (el denominador de Bayes) será un máximo de 0,5 puntos. Errores de cálculo que no resten o simplifiquen, se descontará hasta 0,2.
- b. (1 pto) Si se identifica el suceso y la probabilidad que debe calcular pero no se llega a desarrollar el denominador de Bayes será un máximo de 0,5 puntos. Si se identifican los sucesos y la probabilidad a calcular, y se sabe desarrollar el denominador de Bayes, pero no se calcula la probabilidad será un máximo de 0,75 puntos. Errores de cálculo que no resten o simplifiquen, se descontará hasta 0,2.