

PUNTUACIÓN QUE SE OTORGARÁ A ESTE EJERCICIO: (véanse las distintas partes del examen)

El estudiante responderá, como máximo, a tres de las seis preguntas propuestas. Si se realizan más de tres ejercicios sólo se corregirán los tres primeros que aparezcan en el tríptico y, para evitar confusiones, se recomienda numerarlo. La nota final será el resultado de sumar las puntuaciones obtenidas en las preguntas realizadas y dividir dicha suma para tres.

1.- (10 puntos) Responda a las siguientes cuestiones:

a.- (5 puntos) Determine el orden (dimensión) de la matriz X para que la ecuación matricial

$$ABX = \begin{pmatrix} 2 \\ -4 \end{pmatrix} \text{ esté bien planteada, siendo } A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ -12 & -8 & 1 \end{pmatrix} \text{ y } B = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 2 \\ 1 & 6 \end{pmatrix}. \text{ Calcule } X.$$

b.- (5 puntos) Determine el valor(es) del parámetro m para que el sistema (S) sea compatible y calcule la solución del mismo para $m=3$.

$$\left. \begin{array}{l} 2x - 5y + 3z = 0 \\ x - y + z = 0 \\ 3x + my + z = 0 \end{array} \right\} (S)$$

2.- (10 puntos) Un comerciante dispone de 120 jamones, 390 botellas de vino y 240 botellas de cava para elaborar dos tipos de lotes navideños. El lote (A) consta de un jamón y dos botellas de vino y el lote (B) consta de un jamón, cinco botellas de vino y cuatro botellas de cava. Si el ingreso por la venta de cada lote (A) es de 90 € y por cada lote (B) es de 180 €, se pide:

a.- (8 puntos) Plantee y resuelva un problema de programación lineal que permita calcular el número de lotes de cada tipo que maximiza el ingreso obtenido. ¿A cuánto asciende dicho ingreso máximo?

b.- (2 puntos) En la solución óptima, ¿se agotan todas las existencias de jamones, botellas de vino y botellas de cava? Razone la respuesta.

3.- (10 puntos) Sea $P(t) = 1.000 \left(15 + \frac{t}{100+t^2} \right)$ una función que representa el número de habitantes de cierta población, siendo t el número de años transcurridos desde el año 2.000. Se pide:

a.- (2 puntos) Calcule el tamaño de la población en un horizonte infinito de tiempo.

b.- (5 puntos) Estudie el crecimiento y decrecimiento de la población. ¿En qué momento la población es máxima? y ¿cuántos habitantes tiene la población en ese momento?

c.- (3 puntos) ¿Cuánto tiempo tiene que pasar para obtener una población de 15.040 individuos?

4.- (10 puntos) Sean las funciones: $g(x) = a \left(1 - \frac{1}{2}x \right)^3$, $h(x) = \frac{x^2 + x - 2}{x^2 - x}$;

a.- (3 puntos) Calcule $\lim_{x \rightarrow 1} h(x)$.

b.- (4 puntos) Determine el valor de $a \in \mathbb{R}$ para que $f(x) = \begin{cases} g(x) & \text{si } x \leq 1 \\ h(x) & \text{si } x > 1 \end{cases}$ sea continua en $x=1$, siendo $g(x)$, $h(x)$ las funciones del enunciado.

c.- (3 puntos) Calcule $\int_0^2 (1-2x)^3 dx$.

- 5.- (10 puntos) En cierta Facultad de Economía se oferta una misma asignatura en tres grupos, que denotaremos por G1, G2, G3. Los grupos representan el 40%, el 35% y el 25% de los estudiantes, respectivamente. Superan la asignatura el 80% del grupo G1, el 60% del grupo G2 y el 92% del grupo G3. Calcule la probabilidad de que al escoger un estudiante al azar:
- a.- (2 puntos) Haya superado la asignatura y sea del grupo G3.
 - b.- (2 puntos) No haya superado la asignatura.
 - c.- (2 puntos) Haya superado la asignatura.
 - d.- (2 puntos) Ni haya superado la asignatura ni sea del grupo G1.
 - e.- (2 puntos) Si el estudiante elegido al azar ha superado la asignatura, calcule la probabilidad de ser del grupo G3.
- 6.- (10 puntos) Se sabe que el tiempo dedicado semanalmente a las tareas del hogar se distribuye según una normal con desviación típica 2 horas.
- a.- (4 puntos) Para una muestra aleatoria de 64 hogares, el tiempo medio semanal dedicado a las tareas del hogar es de 10 horas. Determine un intervalo de confianza al 95% para la media de horas dedicadas semanalmente a las tareas del hogar.
 - b.- (4 puntos) Determine el tamaño muestral mínimo necesario para que el error que se cometa al estimar la media de la población por un intervalo de confianza sea, como máximo de 0,75 horas, con un nivel de confianza del 95%.
 - c.- (2 puntos) A partir de una muestra de 81 hogares se ha obtenido el siguiente intervalo de confianza (9,8444; 10,7555) para la media de la población. Determine el nivel de confianza con el que se ha construido dicho intervalo.

k	0,00	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09	k
0,0	0,5000	0,5040	0,5080	0,5120	0,5160	0,5199	0,5239	0,5279	0,5319	0,5359	0,0
0,1	0,5398	0,5438	0,5478	0,5517	0,5557	0,5596	0,5636	0,5675	0,5714	0,5753	0,1
0,2	0,5793	0,5832	0,5871	0,5910	0,5948	0,5987	0,6026	0,6064	0,6103	0,6141	0,2
0,3	0,6179	0,6217	0,6255	0,6293	0,6331	0,6368	0,6406	0,6443	0,6480	0,6517	0,3
0,4	0,6554	0,6591	0,6628	0,6664	0,6700	0,6736	0,6772	0,6808	0,6844	0,6879	0,4
0,5	0,6915	0,6950	0,6985	0,7019	0,7054	0,7088	0,7123	0,7157	0,7190	0,7224	0,5
0,6	0,7257	0,7291	0,7324	0,7357	0,7389	0,7422	0,7454	0,7486	0,7517	0,7549	0,6
0,7	0,7580	0,7611	0,7642	0,7673	0,7704	0,7734	0,7764	0,7794	0,7823	0,7852	0,7
0,8	0,7881	0,7910	0,7939	0,7967	0,7995	0,8023	0,8051	0,8078	0,8106	0,8133	0,8
0,9	0,8159	0,8186	0,8212	0,8238	0,8264	0,8289	0,8315	0,8340	0,8365	0,8389	0,9
1,0	0,8413	0,8438	0,8461	0,8485	0,8508	0,8531	0,8554	0,8577	0,8599	0,8621	1,0
1,1	0,8643	0,8665	0,8686	0,8708	0,8729	0,8749	0,8770	0,8790	0,8810	0,8830	1,1
1,2	0,8849	0,8869	0,8888	0,8907	0,8925	0,8944	0,8962	0,8980	0,8997	0,9015	1,2
1,3	0,9032	0,9049	0,9066	0,9082	0,9099	0,9115	0,9131	0,9147	0,9162	0,9177	1,3
1,4	0,9192	0,9207	0,9222	0,9236	0,9251	0,9265	0,9279	0,9292	0,9306	0,9319	1,4
1,5	0,9332	0,9345	0,9357	0,9370	0,9382	0,9394	0,9406	0,9418	0,9429	0,9441	1,5
1,6	0,9452	0,9463	0,9474	0,9484	0,9495	0,9505	0,9515	0,9525	0,9535	0,9545	1,6
1,7	0,9554	0,9564	0,9573	0,9582	0,9591	0,9599	0,9608	0,9616	0,9625	0,9633	1,7
1,8	0,9641	0,9649	0,9656	0,9664	0,9671	0,9678	0,9686	0,9693	0,9699	0,9706	1,8
1,9	0,9713	0,9719	0,9726	0,9732	0,9738	0,9744	0,9750	0,9756	0,9761	0,9767	1,9
2,0	0,9772	0,9778	0,9783	0,9788	0,9793	0,9798	0,9803	0,9808	0,9812	0,9817	2,0
2,1	0,9821	0,9826	0,9830	0,9834	0,9838	0,9842	0,9846	0,9850	0,9854	0,9857	2,1
2,2	0,9861	0,9864	0,9868	0,9871	0,9875	0,9878	0,9881	0,9884	0,9887	0,9890	2,2
2,3	0,9893	0,9896	0,9898	0,9901	0,9904	0,9906	0,9909	0,9911	0,9913	0,9916	2,3
2,4	0,9918	0,9920	0,9922	0,9925	0,9927	0,9929	0,9931	0,9932	0,9934	0,9936	2,4
2,5	0,9938	0,9940	0,9941	0,9943	0,9945	0,9946	0,9948	0,9949	0,9951	0,9952	2,5
2,6	0,9953	0,9955	0,9956	0,9957	0,9959	0,9960	0,9961	0,9962	0,9963	0,9964	2,6
2,7	0,9965	0,9966	0,9967	0,9968	0,9969	0,9970	0,9971	0,9972	0,9973	0,9974	2,7
2,8	0,9974	0,9975	0,9976	0,9977	0,9977	0,9978	0,9979	0,9979	0,9980	0,9981	2,8
2,9	0,9981	0,9982	0,9982	0,9983	0,9984	0,9984	0,9985	0,9985	0,9986	0,9986	2,9
3,0	0,9987	0,9987	0,9987	0,9988	0,9988	0,9989	0,9989	0,9989	0,9990	0,9990	3,0
3,1	0,9990	0,9991	0,9991	0,9991	0,9992	0,9992	0,9992	0,9992	0,9993	0,9993	3,1
3,2	0,9993	0,9993	0,9994	0,9994	0,9994	0,9994	0,9994	0,9995	0,9995	0,9995	3,2
3,3	0,9995	0,9995	0,9995	0,9996	0,9996	0,9996	0,9996	0,9996	0,9996	0,9997	3,3
3,4	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9998	3,4
3,5	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	3,5
3,6	0,9998	0,9998	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	3,6

NOTA: En la tabla figuran los valores de $P(Z \leq k)$ para una distribución normal de media 0 y desviación típica 1. Si no encuentra el valor en la tabla, elija el más próximo y en el caso de que los valores por exceso y por defecto sean iguales considere la media aritmética de los valores correspondientes.

CRITERIOS ESPECÍFICOS DE CORRECCIÓN

CUESTIONES GENERALES

- En los criterios de evaluación se dan las puntuaciones para las distintas fases de realización de los ejercicios. En algunos ejercicios en los que hay más de una manera de resolverlos se dan criterios dependiendo de cada forma de resolución; aun así, puede haber otras formas de resolver los problemas que no estén contempladas en los criterios expuestos. En este caso queda a criterio del corrector la forma de puntuar el ejercicio.
- En todo caso, debe darse por válida cualquier forma de resolución de los ejercicios, siempre que sea correcta y esté suficientemente razonada, por inusual o larga que sea.
- Como regla general, un pequeño error puntual de cuentas se penalizará con 0,1 pts. Si el error se produce en un paso intermedio, el resto del ejercicio se corregirá dando como válido el valor (erróneo) obtenido por el estudiante y no se le penalizará por ello en el resto del ejercicio, a no ser que el error dé lugar a un ejercicio significativamente más sencillo que el original, en cuyo caso la puntuación queda a criterio del corrector.

Ejercicio 1

- a) **(5 puntos)** Determinar el número de filas y columnas de la matriz X (1 pto) y calcular la solución de la ecuación matricial (4 ptos). El desglose de la puntuación para el cálculo de la matriz solución será:

- Si se ha procedido despejando la matriz: $X = (AB)^{-1} \begin{pmatrix} 2 \\ -4 \end{pmatrix}$ (1 pto), calcular (AB) (1 pto),

calcular la inversa de (AB) (1 pto) y calcular el producto $(AB)^{-1} \begin{pmatrix} 2 \\ -4 \end{pmatrix}$ (1 pto). En el cálculo de la

matriz inversa, si se ha optado por operaciones elementales, se valorará con (0,5 ptos) llevar la matriz inicial a una matriz triangular superior y llegar a la matriz identidad (0,5 ptos). Si el cálculo se ha realizado con la fórmula, se otorgará (0,5 ptos) al cálculo de la matriz adjunta y al cálculo del determinante y llegar al resultado final (0,5 ptos).

- Si se ha optado por suponer una matriz $X = \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$ genérica (1 pto), el producto (AB) (1 pto).

Plantear el sistema $ABX = \begin{pmatrix} 2 \\ -4 \end{pmatrix}$ (1 pto) y resolverlo (1 pto).

- b) **(5 puntos)** Analizar los rangos o indicar que el sistema, al ser un sistema homogéneo, es compatible $\forall m$ (1 pto). Calcular la solución para $m = 3$ (4 ptos).

El desglose del cálculo de la solución será:

- Escalonar la matriz del sistema y comprobar que se trata de un SCI (2,5 ptos) o análisis de rangos y comprobar que se trata de un SCI (2,5 ptos).
- Transformar la matriz resultante en sistema de ecuaciones y obtener el valor de una incógnita en función del grado de libertad (0,5 ptos); obtener la solución (1 pto).

Ejercicio 2

- a) **(8 puntos)** Planteamiento del problema (2,5 ptos), representar la región factible (3 ptos) y cálculo de la solución óptima (aunque sea a partir de un planteamiento erróneo, siempre que no dé lugar a un problema mucho más sencillo que el original) (2,5 ptos). El desglose será:
- Definir las variables de decisión (0,25 ptos) y la condición de no negatividad (0,25 ptos). Definir la función objetivo (0,5 ptos) y definir las tres restricciones del enunciado (1,5 ptos = 0,5*3).
 - Representar la región factible (0,5 ptos por cada una de las cinco restricciones y 0,5 ptos por la intersección de todas ellas).
 - En el cálculo de la solución óptima:
 - Si se ha optado por evaluar la función objetivo en los vértices: calcular las coordenadas de los vértices (1,5 ptos = 0,3*5), evaluar la función objetivo en los vértices (0,5 ptos = 0,1*5), determinar el vértice donde se alcanza el máximo (0,3 ptos) y su valor (0,2 ptos).
 - Si se ha optado por líneas de nivel: representar una primera recta de nivel 0,8 ptos, una paralela 0,5 ptos y la dirección de mejora 0,4 ptos. Razonar gráficamente el vértice solución (0,3 ptos). Determinar analíticamente las coordenadas del máximo (0,3 ptos) y su valor (0,2 ptos).
- b) **(2 puntos)** Razonamiento (1 pto) y la respuesta (1 pto).

Ejercicio 3

- a) **(2 puntos)** Identificar la pregunta con el cálculo del límite (1 pto) y calcular dicho límite (1 pto).
- b) **(5 puntos)** Calcular $P'(t)$ (1,5 ptos) y obtener los puntos críticos (1 pto). Intervalos de crecimiento y decrecimiento (1,5 ptos). Determinar el valor de t para el que $P(t)$ es máxima (0,5 ptos) y calcular el valor máximo de la población (0,5 ptos).
- c) **(3 puntos)** Identificar la pregunta con resolver la ecuación $P(t) = 15.040$ (1 pto), llegar a la ecuación de segundo grado (1 pto), resolverla y responder a la pregunta (1 pto).

Ejercicio 4

- a) **(3 puntos)** Detectar indeterminación $(\frac{0}{0})$ (0,5 ptos), factorizar el numerador (1 pto), factorizar el denominador (0,5 ptos) y simplificar el factor $(x - 1)$ (0,5 ptos). Calcular el límite (0,5 ptos).
- b) **(4 puntos)** Escribir la condición de continuidad en el punto solicitado (1 pto). El cálculo del valor de la función en el punto (1 pto) y el cálculo de los límites (1 pto). Concluir y obtener el valor del parámetro a partir del análisis anterior (1 pto).
- c) **(3 puntos)** Cálculo de la integral indefinida (2 ptos) y aplicar la Regla de Barrow para llegar al cálculo solicitado (1 pto). Se penalizará con 1 punto no ajustar la constante del integrando.

Ejercicio 5

(10 puntos) Cada una de las cuestiones planteadas se calificará con (2 ptos).

Nota: En caso de no haber respondido a las cuestiones planteadas o haber contestar erróneamente a ellas, si se han definido los sucesos que intervienen en el enunciado en un diagrama de árbol o en una tabla, se puntuará el ejercicio con 2 ptos.

Ejercicio 6

- a) **(4 puntos)** Saber qué cuantil buscar y calcularlo (1,5 ptos). Escribir la fórmula de error, sustituir y calcular (1 pto). Poner la fórmula del intervalo de confianza y calcularlo (1,5 ptos).
- b) **(4 puntos)** Escribir la fórmula del error (2 ptos). Sustituir y calcular el valor de n (2 ptos). Si se deja el valor n no entero o se toma el anterior en vez del posterior, se restan 0,5 ptos.
- c) **(2 puntos)** Calcular $Z_{\alpha/2}$ (1 pto), calcular $\frac{\alpha}{2}$ (0,5 ptos) y calcular el nivel de confianza (0,5 ptos).