

Se proponen dos opciones, A y B. Hay que elegir una de las opciones y contestar a sus cuestiones. La puntuación está detallada en cada una de las cuestiones o en sus distintas partes. Se permite el uso de calculadoras; pero los resultados, tanto analíticos como gráficos, deberán estar debidamente justificados.

Opción A

A 1.

a) (1,25 puntos) Dada la función $f(x) \begin{cases} a & x \leq 1 \\ x & 1 < x \leq 3 \\ -x + b & 3 < x \leq 6 \\ 0 & 6 < x \end{cases}$

Calcular los valores de a y b para que $f(x)$ sea continua en todo \mathbb{R} .

b) (1,25 puntos) Obtener:

$$I = \int \frac{\ln x}{x} dx.$$

A 2. (2,5 puntos) Sea $f(x) = \frac{x^4 + 3x^3}{x^2 - 9}$. Calcular sus asíntotas, los intervalos de crecimiento y decrecimiento y sus extremos relativos.

A 3.

a) (1,5 puntos) Discutir, según los valores del parámetro real a , cuándo tiene solución el sistema:

$$\begin{cases} x - y + az = 1 \\ x - y + z = a \\ ay + 2z = 3 \end{cases}$$

b) (1 punto) Resolver el sistema anterior para $a = 2$.

A 4. En un laboratorio hay 25 ratas que sufren sólo de albinismo, 25 ratas que padecen sólo de retinopatía, 75 ratas con ambas enfermedades y un número de ratas sanas (sin albinismo ni retinopatía) que es desconocido.

a) (1 punto) Si se toma al azar una rata de este laboratorio y se ve que es albina, ¿qué probabilidad hay de que también padezca retinopatía?

b) (1,5 puntos) Teniendo en cuenta que si se toma una rata al azar de este laboratorio, la probabilidad de que esté sana es $3/4$, ¿cuántas ratas sanas hay?

Opción B

B 1. Calcular los siguientes límites:

a) (1,25 puntos)

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(1 + \frac{2x+5}{2x-6} + \frac{x+1}{-x-1} \right)^{\frac{x^2-2}{x+1}}$$

b) (1,25 puntos)

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{\sqrt{x} - 1}, \quad \lim_{x \rightarrow 3} \left(\sqrt{x^3 - 27} - \sqrt{3x - 9} \right)$$

B 2. (2,5 puntos) Determinar los coeficientes del polinomio $p(x) = x^3 + ax^2 + bx + 2$ teniendo en cuenta que:

a) Tiene un extremo relativo en $x = 0$.

b) $\int_0^1 p(x) dx = -9/4$.

Estudiar si $p(x)$ es una función creciente en todo \mathbb{R} .

B 3. Sean $A = \begin{pmatrix} a-1 & 1 \\ 1 & a+1 \end{pmatrix}$ e $I = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$

a) (1 punto) Determinar el valor de a para que se satisfaga que:

$$A^2 - 2A - I = 0$$

b) (0,75 puntos) Calcular A^{-1} para $a = -2$.

c) (0,75 puntos) Obtener la solución del sistema $\begin{pmatrix} -3 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 \\ 0 \end{pmatrix}$

B 4. En el departamento de I+D de una empresa alimentaria están probando diversas composiciones para nuevas galletitas dulces. Los datos corresponden a la cantidad de azúcar (X) (en gr. por cada 100 gr. de masa) y las Kilocalorías (Y).

Azúcar (gr.) (x_i)	3	4	4	5	5	5	6	8	9	11
Kcal. (y_i)	31	36	38	44,5	45	45,5	51	69	78,5	91,5

a) (1 punto) Calcular la ecuación de la recta de regresión de Y (Kilocal.) en función de X (gr. de azúcar) y dar el valor del coeficiente de determinación R^2 .

b) (1,5 puntos) ¿Qué valor medio de Kilocalorías tendrán las galletitas si se elaboran con 10 gr. de azúcar por cada 100 gr. de masa y la relación con el resto de ingredientes se mantiene?

CRITERIOS ESPECÍFICOS DE CORRECCIÓN

A 1.

- a) Se adjudicarán hasta 0,5 puntos por conocer la definición de continuidad en un punto.
- b) Se valorará de la misma manera independientemente del enfoque usado.

A 2.

Por el cálculo correcto de la primera derivada se darán 0,5 puntos. Se tendrá en cuenta conocer las definiciones de los distintos tipos de asíntotas.

A 3.

- a) Si se utiliza Gauss correctamente para llegar a la forma triangular se valorará con 0,75 puntos.
- b) Independientemente del método de resolución utilizado, si la solución es correcta se dará la máxima puntuación.

A 4.

Se valorará conocer la teoría necesaria para resolver el problema hasta con 1 punto.

B 1.

- a) Se adjudicarán 0,75 puntos por identificar la indeterminación y conocer cómo resolverla.
- b) El primer límite valdrá 1 punto y el segundo 0,25 puntos.

B 2.

Se tendrá en cuenta el planteamiento correcto hasta con 1 punto. Se darán 0,5 puntos por el estudio del crecimiento.

B 3.

Se valorarán de forma equivalente las distintas maneras de resolver los apartados b y c.

B 4.

No se dará la máxima puntuación si no están totalmente justificados todos los cálculos. Por conocer las fórmulas necesarias para la resolución del problema se asignará hasta 1 punto.