

PUNTUACIÓN QUE SE OTORGARÁ A ESTE EJERCICIO: (véanse las distintas partes del examen)

Elija una de las dos opciones propuestas, A o B. En cada pregunta se señala la puntuación máxima.

OPCIÓN A

A1. Se sabe que la atención de un estudiante durante una hora de clase viene modelada por la función $a(t) = 300t(1-t)$ con $0 \leq t \leq 1$ y t el tiempo en horas.

- a) (1,25 puntos) ¿Durante qué periodo de tiempo la atención del estudiante aumenta o disminuye?
- b) (0,5 puntos) ¿Para qué t la atención es nula?
- c) (0,75 puntos) ¿Cuándo se obtiene el momento de atención máxima?

A2. Para la función $f(x) = \frac{x\sqrt{x+1} - 2x}{x^2 - 3x}$,

- a) (1,25 puntos) Calcular su dominio y hallar $\lim_{x \rightarrow 3} f(x)$.
- b) (0,5 puntos) Analizar sus asíntotas.

c) (0,75 puntos) Obtener $\int f(-1) \frac{2f(x)}{\sqrt{x+1} - 2} dx$.

A3. Sea la matriz $A = \begin{pmatrix} 2 & -2 & 0 \\ 8 & 4 & 2b \\ -2 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ y b un número real.

- a) (0,75 puntos) Calcular el determinante de A y el de su matriz traspuesta.
- b) (0,75 puntos) Estudiar para qué valores de b se puede garantizar que existe inversa de la matriz A .
- c) (1 punto) Para $b = 1$, resolver el sistema de ecuaciones $A \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ -14b \\ 0 \end{pmatrix}$.

A4.

La variable (x) representa el número de meses desde que una persona ha sido vacunada o ha pasado una enfermedad vírica y la variable (y) la carga de antígenos que muestra en sangre en U/ml.

x	1	3	4	6	7	9	12
y	21	19	17	15	13	11	9

- a) (1,75 puntos) Calcula la ecuación de la recta de regresión que relaciona la carga vírica (y) en función de los meses transcurridos (X).
- b) (0,75 puntos) Determina la carga vírica que la recta predice a los 18 meses y el coeficiente de correlación lineal simple entre estas dos magnitudes.

OPCIÓN B

B1 a) (0,75 puntos) Hallar los valores de a para los que $\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{2x+1}{x+2} \right)^{\frac{a}{x-1}} = e$.

b) (1,25 puntos) Calcular los máximos y mínimos de $f(x) = e^x(2x^2 + x - 8)$.

c) (0,5 puntos) ¿Tiene $f(x)$ un punto de inflexión en $x = 0$?

B2. Sea $f(x) = \begin{cases} x^2 + a, & x < 2 \\ -2x^2 + 4x + 4, & x \geq 2 \end{cases}$

a) (1 punto) Obtener los valores de a para los cuales $f(x)$ es una función continua.

b) (1,5 puntos) Calcular $\int_{\pi}^{3\pi} (f(x) + 2x^2 - 5x) \cos(2x) dx$.

B3. Sea la matriz $A = \begin{pmatrix} a & 0 & 2 \\ 2 & a & 0 \\ -1 & 0 & 3 \end{pmatrix}$ y a un número real.

a) (1 punto) Estudiar el rango de la matriz A en función de los valores del parámetro a .

b) (0,5 puntos) Calcular AA^T e indicar si existe algún valor del parámetro a para el cual dicha matriz sea simétrica.

c) (1 punto) Calcular, cuando sea posible, $A(-5A^{-1} + A^T)$ con A^{-1} y A^T la matriz inversa y traspuesta de A respectivamente.

B4. Para que una persona se declare "Positivo" hay que tener 2 pruebas PQR positivas en 3 días de diferencia. En caso de que las pruebas PQR sean opuestas se marca como "Indeciso" y en el caso de dos pruebas PQR negativas se marca como "Negativo". Una persona contagiada por el virus da una primera prueba PQR positiva con probabilidad 0,8 y esa misma persona da una segunda prueba PQR positiva con probabilidad 0,95. Sin embargo, una persona contagiada que ha dado una primera PQR negativa, vuelve a tener una segunda PQR negativa con probabilidad 0,2.

a) (1,25 puntos) Calcular la probabilidad de que una persona contagiada por el virus y que se haya hecho las dos pruebas PQR reciba cada una de las tres etiquetas (Positivo-Negativo-Indeciso).

b) (1,25 puntos) Entre las personas que resultan "indecisos" ¿Qué secuencia es más probable: (1º positivo, 2º negativo) o bien (1º negativo, 2º positivo)?

CRITERIOS ESPECÍFICOS DE CORRECCIÓN

A1.

- a) Se adjudicará *0,5 puntos* por conocer la regla de derivación necesaria.
- b) Se dará *0,25 puntos* por el cálculo de cada raíz.
- c) Caracterizar que el punto es un máximo se valorará con *0,25 puntos*.

A2.

- a) El cálculo del dominio valdrá *0,25 puntos*.
- b) En el estudio de las asíntotas se tendrá en cuenta conocer las definiciones.
- c) Se tendrá en cuenta la simplificación de la función hasta con *0,25 puntos*.

A3.

Independientemente de los métodos usados (Sarrus, propiedades de los determinantes, Cramer o Gauss), la puntuación será máxima si los resultados son correctos.

A4.

No se dará la máxima puntuación si no están totalmente justificados todos los cálculos. Por conocer las fórmulas necesarias para la resolución del problema se asignará hasta *1 punto*.

B1.

- a) Por identificar el tipo de indeterminación se otorgará hasta *0,25 puntos*.
- b) Calcular correctamente la primera derivada se valorará con *0,25 puntos*.
- c) Por obtener la segunda derivada se otorgará *0,25 puntos*.

B2.

- a) Se dará hasta *0,5 puntos* por conocer la definición de continuidad de una función en un punto.
- b) Se tendrá en cuenta el planteamiento correcto para realizar la integral hasta con *0,25 puntos*. Evaluar correctamente en los extremos de integración se valorará con *0,5 puntos*.

B3.

- a) La discusión en función del parámetro se tendrá en cuenta independientemente del método utilizado.
- b) El cálculo correcto de AA^T se valorará con *0,35 puntos*. Conocer la definición de matriz simétrica se valorará con *0,15 puntos*.
- c) Por analizar cuándo existe inversa de la matriz A se adjudicará *0,25 puntos*.

B4.

Se valorará conocer la teoría necesaria para resolver el problema hasta con *1 punto*.