

PUNTUACIÓN QUE SE OTORGARÁ A ESTE EJERCICIO: (véanse las distintas partes del examen)

Elija una de las dos opciones propuestas, A o B. En cada pregunta se señala la puntuación máxima.

OPCIÓN A

A1.- (2,5 puntos) Para la función $f(x) = 8 - 60x - 9x^2 + 2x^3$

- a) (0,75 puntos) Obtener los máximos y mínimos relativos.
- b) (0,5 puntos) Hallar los puntos de inflexión si existen.
- c) (1,25 puntos) Encontrar los límites:

$$\text{i) } \lim_{x \rightarrow -\infty} \left[\frac{f(x)}{2x^2} \right] \quad \text{ii) } \lim_{x \rightarrow 0} \left[5 + \frac{f'(x)}{6(x+2)} \right] \quad \text{iii) } \lim_{x \rightarrow \infty} \left[\frac{f''(x)}{12x} \right]^{x^2}$$

A2.- (2,5 puntos) Dada la función $f(x) = \begin{cases} xe^{-x}, & x \leq 0 \\ 1 - \frac{3x+3}{2x+3}, & x > 0 \end{cases}$

- a) (0,5 puntos) Razonar si $f(x)$ es una función continua.
- b) (0,75 puntos) Hallar un número real m positivo tal que $f(m) = -1/5$.
- c) (1,25 puntos) Calcular $\int_{-1}^0 f(x) dx$.

A3.- (2,5 puntos)

a) (1 punto) Encontrar los valores de α reales para los cuales la matriz $A = \begin{pmatrix} \alpha^2 & \alpha & 2 \\ 2 & 1 & -4 \\ -4 & -2 & 3 \end{pmatrix}$ tiene rango máximo.

$$\alpha^2 x + \alpha y + 2z = 8$$

b) (1,5 puntos) Para el sistema $\begin{cases} 2x + y - 4z = -1 \\ -4x - 2y + 3z = -3 \end{cases}$, analizar según los valores de α reales cuando tiene solución y resolverlo en los casos $\alpha = 1$ y $\alpha = 2$.

A4.- (2,5 puntos) En el juego Piedra-Papel-Tijera, cada jugador elige una opción al azar y la muestra o enfrenta simultáneamente al otro u otros jugadores. La Piedra gana a la Tijera, la Tijera gana al Papel y el Papel gana a la Piedra.

- a) (0,75 puntos) Supongamos una partida con dos jugadores. Calcular la probabilidad de que la partida resulte en tablas, es decir que los dos muestren la misma opción y no gane ninguno.
- b) (0,75 puntos) Supongamos una partida con tres jugadores. Hallar la probabilidad de que se muestren exactamente una tijera, una piedra y un papel (en este caso tampoco hay ganador).
- c) (1 punto) Siguiendo con tres jugadores, determinar las probabilidades de que haya dos, uno o ningún ganador.

OPCIÓN B

B1.- (2,5 puntos) Sea $f(x) = \frac{x^2 - 2}{x} + 1$ con $x \neq 0$.

- a) (0,5 puntos) Obtener los puntos de corte de su gráfica con los ejes coordenados.
- b) (1,25 puntos) Calcular sus asíntotas.
- c) (0,25 puntos) Hallar el dominio de $f'(x)$.
- d) (0,5 puntos) Escribir los intervalos de crecimiento y decrecimiento de $f(x)$.

B2.- (2,5 puntos) Dada la función $f(x) = \begin{cases} a - \cos(x), & x \leq 0 \\ x^2 - \sin(x), & x > 0 \end{cases} \quad a \in \mathbb{R}.$

- a) (1 punto) Obtener los valores de a reales para los cuales $f(x)$ es una función continua.

- b) (1,5 puntos) Para $a = 1$, calcular $\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} f(x) dx$.

B3.- (2,5 puntos) Dada la matriz $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$

- a) (0,75 puntos) Calcular la matriz inversa de A .
- b) (1 punto) Hallar una matriz B tal que $A(B - I) = 2I$, con I la matriz identidad dos por dos.
- c) (0,75 puntos) Razonar los valores de α reales para los que el sistema $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ \alpha \end{pmatrix}$ es compatible determinado. Resolverlo para $\alpha = 0$.

B4.- (2,5 puntos) Una comunidad de regantes está interesada en conocer el número de riegos anuales completos en función del volumen de agua almacenado en sus balsas de regulación (en m^3). Se toman datos de las últimas temporadas, con X = volumen almacenado (m^3) e Y = n.º de riegos completados.

X	5	7	10	12	16
Y	11	23	30	38	45

- a) (1 punto) Calcular la recta de regresión de Y dada X .
- b) (1 punto) Obtener el coeficiente de correlación lineal entre estas dos magnitudes.
- c) (0,5 puntos) Utilizar la recta obtenida para estimar el número de riegos si el volumen almacenado en la presente campaña es de $9,2 m^3$.

CRITERIOS ESPECÍFICOS DE CORRECCIÓN

OPCIÓN A

A1.

- a) Se adjudicará 0,25 puntos por el cálculo de la primera derivada.
- b) Se dará 0,25 puntos por el cálculo de la segunda derivada.
- c) Se valorarán con 0,25 los límites i) ii) y con 0,75 el límite iii).

A2.

- a) Se dará hasta 0,25 puntos por conocer la definición de continuidad de una función en un punto.
- b) Se adjudicará 0,25 puntos por la elección correcta de la definición de $f'(x)$.
- c) Por seleccionar la definición de la función a integrar correctamente se adjudicará 0,25 puntos, 0,75 puntos por el cálculo de primitiva y por la evaluación correcta en los extremos de integración 0,25 puntos.

A3.

- a) Se valorará con 0,25 puntos conocer el concepto de rango de una matriz.
- b) Se asignará 0,5 puntos por el análisis de existencia de solución del problema.

A4.

Se valorará conocer la teoría necesaria para resolver el problema hasta con 1 punto. No se dará la máxima puntuación si no están totalmente justificados todos los cálculos.

OPCIÓN B

B1.

- a) Por el análisis de cada punto de corte con los ejes coordenados se dará 0,25 puntos respectivamente.
- b) Por las definiciones de asíntotas se asignará hasta 0,5 puntos.
- c) Calcular la primera derivada correctamente se valorará con 0,15 puntos.
- d) Se valorará 0,25 puntos por conocer la teoría adecuada.

B2.

- a) Se dará hasta 0,25 puntos por conocer la definición de continuidad de una función en un punto y 0,25 puntos por cada límite lateral.
- b) Se tendrá en cuenta el planteamiento correcto para realizar la integral hasta con 0,25 puntos. Evaluar correctamente en los extremos de integración se valorará con 0,25 puntos.

B3.

- a) y b) Independientemente de la manera de resolverlos sólo se podrá adjudicar la máxima nota si el resultado final es correcto.
- c) Se adjudicará 0,25 puntos por demostrar conocer el teorema de Rouché-Fröbenius.

B4.

No se dará la máxima puntuación si no están totalmente justificados todos los cálculos. Por conocer las fórmulas necesarias para la resolución del problema se asignará hasta 1 punto.