



PUNTUACIÓN QUE SE OTORGARÁ A ESTE EJERCICIO: (véanse las distintas partes del examen)

Instrucciones: Se proponen dos opciones A y B. Hay que elegir una de las opciones y contestar a sus cuestiones. La puntuación está detallada en cada una de las cuestiones o en sus distintas partes. Se permite el uso de calculadoras, pero los resultados, tanto analíticos como gráficos, deberán estar debidamente justificados.

OPCIÓN A

A1. a) Estudiar para qué valores de a el determinante de la matriz $A = \begin{pmatrix} a & 0 & 2a \\ 0 & a-1 & 0 \\ -a & 0 & -a \end{pmatrix}$, es no nulo.

Para $a = 3$ obtener el determinante de la matriz $2A$. (1,5 puntos)

b) Sean las matrices: $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 0 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 0 & 3 & -1 \end{pmatrix}$. Calcular el rango de $(AB)^T$. (1 punto)

A2. Sea $f(x) = \begin{cases} x^2 + 2x & -\infty < x \leq 0 \\ \text{sen}(ax) & 0 < x < \pi \\ (x - \pi)^2 + 1 & \pi \leq x < +\infty \end{cases}$

a) Calcular los valores de a para los cuales $f(x)$ es una función continua. (1 punto)

b) Estudiar la derivabilidad de $f(x)$ para cada uno de esos valores. (1 punto)

c) Obtener $\int_{-1}^0 f(x)dx$. (0,5 puntos)

A3. Encontrar el polinomio de grado dos $p(x) = ax^2 + bx + c$ sabiendo que satisface: en $x = 0$ el polinomio vale 2, su primera derivada vale 4 para $x = 1$ y su segunda derivada vale 2 en $x = 0$. Estudiar si el polinomio obtenido es una función par. ¿Tiene en $x = 0$ un punto de inflexión? (2,5 puntos)

A4. Dadas las rectas:

$$r \equiv \begin{cases} x + 2y = 7 \\ y + 2z = 4 \end{cases}, \quad s \equiv x - 1 = \frac{y}{3} = \frac{z + 1}{2}$$

a) Justificar si son o no perpendiculares. (1 punto)

b) Calcular la distancia del punto $P(16, 0, 0)$ a la recta r . (1,5 puntos)

OPCIÓN B

B1. a) Estudiar para qué valores de x , la matriz inversa de $\begin{pmatrix} x & -2 \\ 5 & -x \end{pmatrix}$ coincide con su opuesta. (1,5 puntos)

b) Dos hermanos de tercero y cuarto de primaria iban camino del colegio con sus mochilas cargadas de libros todos del mismo peso. Uno de ellos se lamentaba del peso que transportaba y el otro le dijo: "¿De qué te quejas? Si yo te cogiera un libro, mi carga sería el doble que la tuya. En cambio si te diera un libro, tu carga igualaría a la mía."

¿Cuántos libros llevaba cada hermano? (1 punto)

B2. Sea $f(x) = \frac{2x^2 - x}{x^2 - x^3}$

a) Calcular el dominio $f(x)$. (0,5 puntos)

b) Estudiar el crecimiento y decrecimiento de $f(x)$. (1 punto)

c) Analizar las asíntotas de $f(x)$ y calcular las que existan. (1 punto)

B3. a) Hallar el área encerrada entre la curva $y = x^3 - 3x$ y la recta $y = x$. (1,25 puntos)

b) Calcular $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{2 \ln n}{\ln(7n^2)} \right)^{\ln n}$. (1,25 puntos)

B4. a) Calcular la ecuación del plano que pasa por los puntos $(1,1,1)$, $(3,-2,2)$ y es perpendicular al plano $\pi \equiv 2x - y - z = 0$. (1,75 puntos)

b) Estudiar si los vectores $\vec{a} = (1,-1,-1)$, $\vec{b} = (0,1,1)$, $\vec{c} = (0,0,1)$ son linealmente independientes. (0,75 puntos)



OPCIÓN A

En todo el ejercicio se tendrá en cuenta la claridad, el orden y el rigor matemático.

A 1.

- a) Se valorará positivamente el uso de las propiedades de los determinantes.
- b) Por el cálculo de AB se dará 0.5 puntos.

A 2.

- a) Por calcular correctamente los límites laterales en $x = 0$ se adjudicará 0.5 puntos.
- b) No se tendrá en cuenta si no se ha sustituido el valor de a .
- c) No se adjudicará más de 0.25 puntos si el resultado final no es totalmente correcto.

A 3.

Se dará 1.25 puntos por el cálculo del polinomio.

A 4.

- a) Por identificar los vectores correspondientes se adjudicará 0.5 puntos.
- b) Se dará hasta 0.5 puntos por seleccionar adecuadamente la fórmula a utilizar.

OPCIÓN B

B 1.

- a) Se valorará con 0.25 puntos aplicar correctamente las definiciones de matriz opuesta e inversa.
- b) Se asignará 0.5 puntos por el planteamiento del problema.

B 2.

- a) Simplificar la función valdrá 0.25 puntos.
- b) Por calcular correctamente la primera derivada se dará 0.25 puntos.
- c) Se concederá hasta 0.25 puntos por conocer las definiciones a utilizar.

B 3.

- a) El planteamiento correcto de la integral a resolver valdrá 0.75 puntos.
- b) Se considerará positivamente el conocer cómo resolver la indeterminación y el manejo de los logaritmos.

B 4.

Se tendrá en cuenta el conocimiento de las fórmulas adecuadas para los cálculos solicitados.