



PUNTUACIÓN QUE SE OTORGARÁ A ESTE EJERCICIO: (véanse las distintas partes del examen)

El alumno debe responder a una de las dos opciones propuestas, A o B. En cada pregunta se señala la puntuación máxima.

### **OPCIÓN A**

**1.** Una perfumería desea liquidar 100 frascos de perfume y 150 barras de labios que han quedado descatalogados en sus firmas, para ello lanza dos ofertas A y B. La oferta A consiste en un lote de un frasco de perfume y una barra de labios que se vende a 30€. La oferta B consiste en un frasco de perfume y dos barras de labios, se vende a 40€. No desea ofrecer menos de 10 lotes de la oferta A ni menos de 20 de la oferta B.

**a)** ¿Cuántos lotes ha de vender de cada tipo para maximizar la ganancia? (2,5 puntos)

**b)** ¿Cambiaría la respuesta al apartado a) si eliminamos el hecho de que desee ofrecer al menos 20 lotes de la oferta B? (1 punto)

**2. a)** Derive las funciones  $f(x) = \ln\left(1 + \frac{1}{\sqrt{x}}\right)$ ,  $g(x) = \frac{1}{1 + e^{1/x}}$ . (1 punto)

**b)** Calcule  $\int_1^3 \left(\frac{1}{\sqrt{x}} - \frac{1}{x}\right) dx$ . (0,5 puntos)

**3.** Halle el dominio de definición, los máximos y mínimos y los intervalos de crecimiento y decrecimiento de la función  $f(x) = \ln(1 - x^2)$ . (2 puntos)

**4.** En el departamento textil de unos grandes almacenes se encuentran mezcladas y a la venta 100 camisetas de la marca A, 60 de la marca B y 40 de la marca C. La probabilidad de que una camiseta tenga tara es 0,01 para la marca A; 0,02 para la marca B y 0,03 para la marca C. Un comprador elige una camiseta al azar.

**a)** Calcule la probabilidad de que la camiseta tenga tara. (1 punto)

**b)** Calcule la probabilidad de que la camiseta sea de la marca B. (1 punto)

**c)** Sabiendo que la camiseta elegida tiene tara, ¿cuál es la probabilidad de que sea de la marca B? (1 punto)

**OPCIÓN B**

1. Considere las matrices  $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 2 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$  y  $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}$ .

a) Calcule la matriz inversa de la matriz  $B - I_3$  con  $I_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ . (0,75 puntos)

b) Calcule una matriz  $X$  tal que  $BX - 4A = X$ . (1,25 puntos)

2. Considere la matriz  $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & -3 \\ 1 & -1 & -1 \end{pmatrix}$ .

a) Calcule el rango de la matriz  $A$ . (0,5 puntos)

b) Aplicar el apartado a) para resolver el sistema lineal  $AX = 0$ . (1 punto)

3. a) Calcule las derivadas de las funciones  $f(x) = \ln \frac{x^2}{\sqrt{x+3}}$ ,  $g(x) = \sqrt{\frac{1}{\sqrt{x^3}}}$ . (1 punto)

b) Calcule  $\int_0^1 (x - e^{-2x}) dx$ . (0,5 puntos)

4. Estudios realizados han permitido determinar que el nivel medio diario de monóxido de carbono,  $CO_2$ , en el aire en partes por millón (ppm), en una ciudad está relacionado con la población  $p$  expresada en miles de habitantes, por la siguiente expresión  $C(p) = \sqrt{\frac{p^2}{2} + 17}$ . La evolución del tamaño de población en esta

ciudad en  $t$  años se estima que está dado por la relación,  $p(t) = 3,1 + 0,1t^2$  en miles de habitantes. ¿Con qué rapidez estará variando la concentración de  $CO_2$  en esta ciudad dentro de 3 años? (2 puntos)

5. La edad a la que obtienen el permiso de conducir los habitantes de una determinada población es una variable aleatoria que se puede aproximar por una distribución normal de media 24 años y desviación típica 4 años. Se elige aleatoriamente una muestra de 100 habitantes de dicha población. Sea  $\bar{X}$  la media muestral de la edad de obtención del permiso de conducir.

a) ¿Cuáles son la media y la varianza de  $\bar{X}$ ? (1 punto)

b) Halle el intervalo de confianza al 90% para  $\bar{X}$ . (2 puntos)

k	0	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
0,0	0,5000	0,5040	0,5080	0,5120	0,5160	0,5199	0,5239	0,5279	0,5319	0,5359
0,1	0,5398	0,5438	0,5478	0,5517	0,5557	0,5596	0,5636	0,5675	0,5714	0,5753
0,2	0,5793	0,5832	0,5871	0,5910	0,5948	0,5987	0,6026	0,6064	0,6103	0,6141
0,3	0,6179	0,6217	0,6255	0,6293	0,6331	0,6368	0,6406	0,6443	0,6480	0,6517
0,4	0,6554	0,6591	0,6628	0,6664	0,6700	0,6736	0,6772	0,6808	0,6844	0,6879
0,5	0,6915	0,6950	0,6985	0,7019	0,7054	0,7088	0,7123	0,7157	0,7190	0,7224
0,6	0,7257	0,7291	0,7324	0,7357	0,7389	0,7422	0,7454	0,7486	0,7517	0,7549
0,7	0,7580	0,7611	0,7642	0,7673	0,7704	0,7734	0,7764	0,7794	0,7823	0,7852
0,8	0,7881	0,7910	0,7939	0,7967	0,7995	0,8023	0,8051	0,8078	0,8106	0,8133
0,9	0,8159	0,8186	0,8212	0,8238	0,8264	0,8289	0,8315	0,8340	0,8365	0,8389
1,0	0,8413	0,8438	0,8461	0,8485	0,8508	0,8531	0,8554	0,8577	0,8599	0,8621
1,1	0,8643	0,8665	0,8686	0,8708	0,8729	0,8749	0,8770	0,8790	0,8810	0,8830
1,2	0,8849	0,8869	0,8888	0,8907	0,8925	0,8944	0,8962	0,8980	0,8997	0,9015
1,3	0,9032	0,9049	0,9066	0,9082	0,9099	0,9115	0,9131	0,9147	0,9162	0,9177
1,4	0,9192	0,9207	0,9222	0,9236	0,9251	0,9265	0,9279	0,9292	0,9306	0,9319
1,5	0,9332	0,9345	0,9357	0,9370	0,9382	0,9394	0,9406	0,9418	0,9429	0,9441
1,6	0,9452	0,9463	0,9474	0,9484	0,9495	0,9505	0,9515	0,9525	0,9535	0,9545
1,7	0,9554	0,9564	0,9573	0,9582	0,9591	0,9599	0,9608	0,9616	0,9625	0,9633
1,8	0,9641	0,9649	0,9656	0,9664	0,9671	0,9678	0,9686	0,9693	0,9699	0,9706
1,9	0,9713	0,9719	0,9726	0,9732	0,9738	0,9744	0,9750	0,9756	0,9761	0,9767
2,0	0,9772	0,9778	0,9783	0,9788	0,9793	0,9798	0,9803	0,9808	0,9812	0,9817
2,1	0,9821	0,9826	0,9830	0,9834	0,9838	0,9842	0,9846	0,9850	0,9854	0,9857
2,2	0,9861	0,9864	0,9868	0,9871	0,9875	0,9878	0,9881	0,9884	0,9887	0,9890
2,3	0,9893	0,9896	0,9898	0,9901	0,9904	0,9906	0,9909	0,9911	0,9913	0,9916
2,4	0,9918	0,9920	0,9922	0,9925	0,9927	0,9929	0,9931	0,9932	0,9934	0,9936
2,5	0,9938	0,9940	0,9941	0,9943	0,9945	0,9946	0,9948	0,9949	0,9951	0,9952
2,6	0,9953	0,9955	0,9956	0,9957	0,9959	0,9960	0,9961	0,9962	0,9963	0,9964
2,7	0,9965	0,9966	0,9967	0,9968	0,9969	0,9970	0,9971	0,9972	0,9973	0,9974
2,8	0,9974	0,9975	0,9976	0,9977	0,9977	0,9978	0,9979	0,9979	0,9980	0,9981
2,9	0,9981	0,9982	0,9982	0,9983	0,9984	0,9984	0,9985	0,9985	0,9986	0,9986
3,0	0,9987	0,9987	0,9987	0,9988	0,9988	0,9989	0,9989	0,9989	0,9990	0,9990
3,1	0,9990	0,9991	0,9991	0,9991	0,9992	0,9992	0,9992	0,9992	0,9993	0,9993
3,2	0,9993	0,9993	0,9994	0,9994	0,9994	0,9994	0,9994	0,9995	0,9995	0,9995
3,3	0,9995	0,9995	0,9995	0,9996	0,9996	0,9996	0,9996	0,9996	0,9996	0,9997
3,4	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9998
3,5	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998
3,6	0,9998	0,9998	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999

NOTA: En la tabla figuran los valores de  $p(z \leq k)$  para una distribución normal de media 0 y desviación típica 1. Si no encuentra el valor en la tabla, elija el más próximo y en el caso de que los valores por exceso y por defecto sean iguales considere la media aritmética de los valores correspondientes.

Para la corrección del ejercicio se tendrán en cuenta los siguientes criterios generales:

Se valorará el uso del vocabulario y la notación científica.

- En aquellas preguntas en las que no se especifique el método de resolución que se ha de aplicar, se admitirá cualquier forma de resolverlo correctamente.
- En las preguntas prácticas primará el correcto planteamiento del problema y se valorarán positivamente las explicaciones claras y precisas, y negativamente la ausencia de explicaciones o las explicaciones incorrectas.
- Si se comete un error que tenga relación con resultados posteriores de la misma pregunta, se ha de tener en cuenta si existe coherencia con el resultado erróneo. En caso afirmativo, se valorará el resto de las cuestiones de la misma pregunta, aunque si el error conduce a problemas más simples de los inicialmente propuestos disminuirá la calificación.
- Se podrán usar calculadoras aunque no sean necesarias para la resolución de los ejercicios. Se exigirá que todos los resultados analíticos y gráficos estén paso a paso justificados. (Utilización de fórmulas, obtención de gráficas, cálculo de derivadas).
- A la hora de corregir la prueba, se tendrá en cuenta la falta de acuerdo sobre los conceptos de convexidad y concavidad en la Bibliografía.

Se valorará el buen uso de la lengua y la adecuada notación científica, que los correctores podrán bonificar con un máximo de un punto. Por los errores ortográficos, la falta de limpieza en la presentación y la redacción defectuosa podrá bajarse la calificación hasta un punto.

### OPCIÓN A

**1. a)** Cada una de las restricciones 0,25 puntos. Función de beneficios 0,25 puntos. Dibujar el conjunto factible 0,5 puntos. Calcular los vértices 0,5 puntos. Calcular el máximo 0,25 puntos.

**b)** Dibujar el nuevo recinto 0,5 puntos. Concluir que no varía el máximo 0,5 puntos.

**2. a)** Cada derivada 0,5 puntos.

**b)** Calcular la primitiva 0,25 puntos. Aplicar la fórmula de Barrow 0,25 puntos.

**3.** Dominio de definición 0,75 puntos. Calcular los intervalos de crecimiento 0,75 puntos. Concluir que  $x=0$  es un máximo 0,5 puntos.

**4. a)** 1 punto. **b)** 1 punto. **c)** 1 punto.

### OPCIÓN B

**1. a)** 0,75 puntos.

**b)** Despejar  $X$  0,75 puntos. Calcular  $X$  0,5 puntos.

**2. a)** 0,5 puntos.

**b)** Concluir a partir de a) que tiene una única solución 1 punto. Resolver el sistema sin utilizar a) 0,5 puntos.

**3. a)** Cada derivada 0,5 puntos.

**b)** Calcular la primitiva 0,25 puntos. Aplicar la fórmula de Barrow 0,25 puntos.

**4.** Sustituir  $p$  en la función 0,75 puntos. Derivar la función con respecto al tiempo 0,75 puntos. Evaluar en  $t=3$  0,5 puntos.

**5. a)** 1 punto. **b)** Cada extremo del intervalo 1 punto.