

PUNTUACIÓN QUE SE OTORGARÁ A ESTE EJERCICIO: (véanse las distintas partes del examen)

El alumno debe responder a una de las dos opciones propuestas, A o B. En cada pregunta se señala la puntuación máxima.

OPCIÓN A

1. Considerar las matrices $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$ y $C = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 4 & 2 & 2 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$.

a) (0,75 puntos) Calcular la matriz A^{-1} .

b) (1 punto) ¿Cuántas filas y cuántas columnas ha de tener una matriz D para que la ecuación $AD = B$ tenga solución? Resolver la ecuación $AD = B$.

c) (0,25 puntos) Estudiar el rango de la matriz C .

d) (1,5 puntos) Utilizando los apartados a) y c) resolver el sistema lineal $(AC)X = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$.

2. a) (1 punto) Calcular las derivadas de las siguientes funciones:

a1) $f(x) = \frac{1}{\sqrt{1 - \ln x}}$.

a2) $g(x) = \sqrt{\frac{1}{\sqrt{x}}}$.

b) (0,5 puntos) Calcular $\int_0^1 x e^{5x^2} dx$.

c) Un fondo de inversión genera una rentabilidad que depende de la cantidad invertida según la fórmula $R(x) = \frac{\sqrt{x} - 1}{5x}$, donde x representa la cantidad invertida en miles de euros.

c1) (1 punto) ¿Qué cantidad de dinero se debería de invertir para obtener el máximo rendimiento?

c2) (1 punto) ¿Es posible perder dinero con este fondo de inversión?

3. La cantidad de horas que duermen los vecinos de un pueblo de Zaragoza se puede aproximar por una distribución normal con una desviación típica de 0,64. Se toma una muestra aleatoria simple y se obtienen los siguientes datos (en horas que duermen cada noche):

6,9 7,6 6,5 6,2 7,8 7,0 5,5 7,6
7,3 6,6 7,1 6,9 6,7 6,5 7,2 5,8

a) (0,5 puntos) Calcular la media muestral del número de horas que se duerme cada noche.

b) (2,5 puntos) Determinar el nivel de confianza para el cual el intervalo de confianza para la media de horas que se duerme cada noche es (6,65 , 7). Detallar los pasos realizados para obtener los resultados.

OPCIÓN B

1. Se va a organizar una planta en una empresa de electrodomésticos donde van a trabajar mecánicos y electricistas. Por necesidad del mercado es necesario que haya mayor o igual número de electricistas que de mecánicos y que el número de electricistas no supere al doble del de mecánicos. Se necesitan al menos 20 electricistas y no hay más de 30 mecánicos disponibles.

- a) (1 punto) Plantear un problema lineal que nos permita averiguar cuantos trabajadores de cada clase se deben de contratar para maximizar el beneficio que obtiene la empresa por mes, sabiendo que por cada mecánico se obtienen 2000€ de beneficio mensual y por cada electricista 2500€.
- b) (1,5 puntos) Calcular cuantos mecánicos y cuantos electricistas se deben de contratar para obtener un beneficio máximo, si el beneficio mensual que se obtiene por cada trabajador es el expuesto en el apartado a).
- c) (1 punto) Si cada mecánico y cada electricista cuestan a la empresa 300€ mensuales y podemos disponer de todos los mecánicos que se necesiten, ¿cuántos trabajadores de cada clase habrá de contratar la empresa para que el coste sea mínimo?

2. a) (1 punto) Calcular las derivadas de las siguientes funciones:

a1) $f(x) = \ln\left(\frac{e^x + 1}{e^x - 1}\right)$. a2) $g(x) = e^{\sqrt{x(1-x)}}$.

b) (0,5 puntos) Calcular $\int_1^2 (x^2 - 5x + \frac{1}{x^2}) dx$.

c) Considerar la función $f(x) = \begin{cases} \frac{x-3}{(x-4)(x-5)} & \text{si } x \leq 3 \\ \frac{x^2-2}{(x+1)(x-3)} & \text{si } x > 3 \end{cases}$.

c1) (0,75 puntos) Estudiar la continuidad de $f(x)$ en $x = 3$.

c2) (1,25 puntos) Hallar los intervalos de crecimiento y decrecimiento de $f(x)$ así como los máximos y mínimos si $x < 3$.

3. Tres forofos del Real Zaragoza van al fútbol y desean hacerlo con la bufanda de su equipo, pero solamente tienen una. La ponen en una bolsa junto con otras dos bufandas negras y los tres van sacando, por orden, la bufanda que han de llevar.

- a) (2 puntos) ¿Alguno de los tres amigos tiene ventaja?: El que saca la bufanda en primer lugar, el que la saca en segundo lugar o el último. Razonar la respuesta.
- b) (1 punto) Si se meten tres bufandas negras en la bolsa en lugar de dos, además de la bufanda del equipo, calcular la probabilidad de que ninguno saque la de su equipo.

| k | 0 | 0,01 | 0,02 | 0,03 | 0,04 | 0,05 | 0,06 | 0,07 | 0,08 | 0,09 |
|-----|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| 0,0 | 0,5000 | 0,5040 | 0,5080 | 0,5120 | 0,5160 | 0,5199 | 0,5239 | 0,5279 | 0,5319 | 0,5359 |
| 0,1 | 0,5398 | 0,5438 | 0,5478 | 0,5517 | 0,5557 | 0,5596 | 0,5636 | 0,5675 | 0,5714 | 0,5753 |
| 0,2 | 0,5793 | 0,5832 | 0,5871 | 0,5910 | 0,5948 | 0,5987 | 0,6026 | 0,6064 | 0,6103 | 0,6141 |
| 0,3 | 0,6179 | 0,6217 | 0,6255 | 0,6293 | 0,6331 | 0,6368 | 0,6406 | 0,6443 | 0,6480 | 0,6517 |
| 0,4 | 0,6554 | 0,6591 | 0,6628 | 0,6664 | 0,6700 | 0,6736 | 0,6772 | 0,6808 | 0,6844 | 0,6879 |
| 0,5 | 0,6915 | 0,6950 | 0,6985 | 0,7019 | 0,7054 | 0,7088 | 0,7123 | 0,7157 | 0,7190 | 0,7224 |
| 0,6 | 0,7257 | 0,7291 | 0,7324 | 0,7357 | 0,7389 | 0,7422 | 0,7454 | 0,7486 | 0,7517 | 0,7549 |
| 0,7 | 0,7580 | 0,7611 | 0,7642 | 0,7673 | 0,7704 | 0,7734 | 0,7764 | 0,7794 | 0,7823 | 0,7852 |
| 0,8 | 0,7881 | 0,7910 | 0,7939 | 0,7967 | 0,7995 | 0,8023 | 0,8051 | 0,8078 | 0,8106 | 0,8133 |
| 0,9 | 0,8159 | 0,8186 | 0,8212 | 0,8238 | 0,8264 | 0,8289 | 0,8315 | 0,8340 | 0,8365 | 0,8389 |
| 1,0 | 0,8413 | 0,8438 | 0,8461 | 0,8485 | 0,8508 | 0,8531 | 0,8554 | 0,8577 | 0,8599 | 0,8621 |
| 1,1 | 0,8643 | 0,8665 | 0,8686 | 0,8708 | 0,8729 | 0,8749 | 0,8770 | 0,8790 | 0,8810 | 0,8830 |
| 1,2 | 0,8849 | 0,8869 | 0,8888 | 0,8907 | 0,8925 | 0,8944 | 0,8962 | 0,8980 | 0,8997 | 0,9015 |
| 1,3 | 0,9032 | 0,9049 | 0,9066 | 0,9082 | 0,9099 | 0,9115 | 0,9131 | 0,9147 | 0,9162 | 0,9177 |
| 1,4 | 0,9192 | 0,9207 | 0,9222 | 0,9236 | 0,9251 | 0,9265 | 0,9279 | 0,9292 | 0,9306 | 0,9319 |
| 1,5 | 0,9332 | 0,9345 | 0,9357 | 0,9370 | 0,9382 | 0,9394 | 0,9406 | 0,9418 | 0,9429 | 0,9441 |
| 1,6 | 0,9452 | 0,9463 | 0,9474 | 0,9484 | 0,9495 | 0,9505 | 0,9515 | 0,9525 | 0,9535 | 0,9545 |
| 1,7 | 0,9554 | 0,9564 | 0,9573 | 0,9582 | 0,9591 | 0,9599 | 0,9608 | 0,9616 | 0,9625 | 0,9633 |
| 1,8 | 0,9641 | 0,9649 | 0,9656 | 0,9664 | 0,9671 | 0,9678 | 0,9686 | 0,9693 | 0,9699 | 0,9706 |
| 1,9 | 0,9713 | 0,9719 | 0,9726 | 0,9732 | 0,9738 | 0,9744 | 0,9750 | 0,9756 | 0,9761 | 0,9767 |
| 2,0 | 0,9772 | 0,9778 | 0,9783 | 0,9788 | 0,9793 | 0,9798 | 0,9803 | 0,9808 | 0,9812 | 0,9817 |
| 2,1 | 0,9821 | 0,9826 | 0,9830 | 0,9834 | 0,9838 | 0,9842 | 0,9846 | 0,9850 | 0,9854 | 0,9857 |
| 2,2 | 0,9861 | 0,9864 | 0,9868 | 0,9871 | 0,9875 | 0,9878 | 0,9881 | 0,9884 | 0,9887 | 0,9890 |
| 2,3 | 0,9893 | 0,9896 | 0,9898 | 0,9901 | 0,9904 | 0,9906 | 0,9909 | 0,9911 | 0,9913 | 0,9916 |
| 2,4 | 0,9918 | 0,9920 | 0,9922 | 0,9925 | 0,9927 | 0,9929 | 0,9931 | 0,9932 | 0,9934 | 0,9936 |
| 2,5 | 0,9938 | 0,9940 | 0,9941 | 0,9943 | 0,9945 | 0,9946 | 0,9948 | 0,9949 | 0,9951 | 0,9952 |
| 2,6 | 0,9953 | 0,9955 | 0,9956 | 0,9957 | 0,9959 | 0,9960 | 0,9961 | 0,9962 | 0,9963 | 0,9964 |
| 2,7 | 0,9965 | 0,9966 | 0,9967 | 0,9968 | 0,9969 | 0,9970 | 0,9971 | 0,9972 | 0,9973 | 0,9974 |
| 2,8 | 0,9974 | 0,9975 | 0,9976 | 0,9977 | 0,9977 | 0,9978 | 0,9979 | 0,9979 | 0,9980 | 0,9981 |
| 2,9 | 0,9981 | 0,9982 | 0,9982 | 0,9983 | 0,9984 | 0,9984 | 0,9985 | 0,9985 | 0,9986 | 0,9986 |
| 3,0 | 0,9987 | 0,9987 | 0,9987 | 0,9988 | 0,9988 | 0,9989 | 0,9989 | 0,9989 | 0,9990 | 0,9990 |
| 3,1 | 0,9990 | 0,9991 | 0,9991 | 0,9991 | 0,9992 | 0,9992 | 0,9992 | 0,9992 | 0,9993 | 0,9993 |
| 3,2 | 0,9993 | 0,9993 | 0,9994 | 0,9994 | 0,9994 | 0,9994 | 0,9994 | 0,9995 | 0,9995 | 0,9995 |
| 3,3 | 0,9995 | 0,9995 | 0,9995 | 0,9996 | 0,9996 | 0,9996 | 0,9996 | 0,9996 | 0,9996 | 0,9997 |
| 3,4 | 0,9997 | 0,9997 | 0,9997 | 0,9997 | 0,9997 | 0,9997 | 0,9997 | 0,9997 | 0,9997 | 0,9998 |
| 3,5 | 0,9998 | 0,9998 | 0,9998 | 0,9998 | 0,9998 | 0,9998 | 0,9998 | 0,9998 | 0,9998 | 0,9998 |
| 3,6 | 0,9998 | 0,9998 | 0,9999 | 0,9999 | 0,9999 | 0,9999 | 0,9999 | 0,9999 | 0,9999 | 0,9999 |

NOTA: En la tabla figuran los valores de $P(Z \leq k)$ para una distribución normal de media 0 y desviación típica 1. Si no encuentra el valor en la tabla, elija el más próximo y en el caso de que los valores por exceso y por defecto sean iguales considere la media aritmética de los valores correspondientes.

Para la corrección del ejercicio se tendrán en cuenta los siguientes criterios generales:

Se valorará el uso del vocabulario y la notación científica.

- En aquellas preguntas en las que no se especifique el método de resolución que se ha de aplicar, se admitirá cualquier forma de resolverlo correctamente.
- En las preguntas prácticas primará el correcto planteamiento del problema y se valorarán positivamente las explicaciones claras y precisas, y negativamente la ausencia de explicaciones o las explicaciones incorrectas.
- Si se comete un error que tenga relación con resultados posteriores de la misma pregunta, se ha de tener en cuenta si existe coherencia con el resultado erróneo. En caso afirmativo, se valorará el resto de las cuestiones de la misma pregunta, aunque si el error conduce a problemas más simples de los inicialmente propuestos disminuirá la calificación.
- Se podrán usar calculadoras aunque no sean necesarias para la resolución de los ejercicios. Se exigirá que todos los resultados analíticos y gráficos estén paso a paso justificados. (Utilización de fórmulas, obtención de gráficas, cálculo de derivadas).
- A la hora de corregir la prueba, se tendrá en cuenta la falta de acuerdo sobre los conceptos de convexidad y concavidad en la Bibliografía.

Se valorará el buen uso de la lengua y la adecuada notación científica, que los correctores podrán bonificar con un máximo de un punto. Por los errores ortográficos, la falta de limpieza en la presentación y la redacción defectuosa podrá bajarse la calificación hasta un punto.

OPCIÓN A

1. a) Calcular A^{-1} 0,75 pts.
b) Dimensiones de la matriz D 0,25 pts. Despejar utilizando a) 0,5 pts. Calcular D 0,25 pts. Calcular D sin utilizar a) 0,25 pts.
c) Rango 0,25 pts.
d) Multiplicar por A^{-1} para obtener $CX=0$ 0,5 pts. Concluir que $CX=0$ es un sistema compatible indeterminado utilizando el apartado c) 0,5 pts. Dar las soluciones 0,5 pts. Resolver el sistema sin utilizar los apartados anteriores 0,75 pts.
2. a) Cada derivada 0,5 pts.
b) La integral 0,5 pts.
c) c1) Calcular la derivada 0,25 pts. Calcular el punto crítico 0,25 pts. Concluir que en ese punto se obtiene el máximo rendimiento 0,5 pts.
c2) Razonar que perderemos dinero si $R(x) < 0$ 0,5 pts. resolver la inecuación 0,5 pts.
3. a) Calcular la media 0,5 pts.
b) Calcular el valor crítico 1 pto. Con el valor crítico encontrar el valor en la tabla 0,75 pts. Nivel de confianza 0,75 pts.
En los dos casos si se explican los cálculos y se ponen las fórmulas empleadas. Si no se explican 0,25 pts. cada apartado

OPCIÓN B

1. a) Plantear las restricciones 0,5 ptos. Variables no negativas 0,25 ptos. Función objetivo 0,25 ptos.
b) Dibujar el recinto 0,5 ptos. Calcular los vértices 0,5 ptos. Encontrar el máximo 0,5 ptos.
c) Dibujar el nuevo recinto 0,25 ptos. Escribir la nueva función objetivo y observar que hay que minimizarla 0,5 ptos. Encontrar el mínimo 0,25 ptos.
2. a) Cada derivada 0,5 ptos.
b) La Integral 0,5 ptos.
c) c1) Calcular el límite por la derecha 0,5 ptos. Concluir que no es continua 0,25 ptos.
c2) Encontrar los puntos críticos 0,25 ptos. Concluir que uno de los dos es mayor que 3 0, 5 ptos. Escribir los intervalos de crecimiento 0,5 ptos. No tener en cuenta que un punto crítico es mayor que tres penaliza 0,25 ptos.
3. a) Calcular la probabilidad de cada forofo 0,5 ptos. Concluir que son iguales 0,5 ptos.
b) Calcular la probabilidad 1 pto.