

PUNTUACIÓN QUE SE OTORGARÁ A ESTE EJERCICIO: (véanse las distintas partes del examen)

Instrucciones: Se proponen dos opciones A y B. Debe elegirse una y contestar a sus cuestiones. La puntuación de cada cuestión aparece en la misma. Deben justificarse los pasos que se dan para obtener las respuestas. La simple escritura de un resultado correcto no garantiza que se obtengan los puntos del apartado.

OPCIÓN A

A.1 a) (0,5 puntos) El determinante de la matriz A que aparece a continuación es 2

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}$$

Sin utilizar la regla de Sarrus, determine cuanto vale el determinante de la matriz B siguiente (enuncie las propiedades que utilice):

$$B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 1 & 2 & 4 \\ 0 & -1 & 0 \end{pmatrix}$$

b) (2 puntos) Sea C la siguiente matriz:

$$C = \begin{pmatrix} \operatorname{sen}(x) & -\operatorname{cos}(x) & 0 \\ \operatorname{cos}(x) & \operatorname{sen}(x) & 0 \\ 1 & \operatorname{sen}(x) & x \end{pmatrix}$$

Determine los valores de x para los que la matriz C tiene inversa y calcúlala cuando sea posible.

A.2 Dado el punto $P = (1, 0, 6)$ y la recta:

$$r: \begin{cases} x = 1 + \lambda \\ y = -2 - 6\lambda \\ z = 2\lambda \end{cases}$$

a) (1 punto) Encuentre la ecuación de la recta perpendicular a r que pasa por P y corta a la recta r .

b) (1,5 puntos) Encuentre la ecuación general ($Ax + By + Cz + D = 0$) del plano que contiene a la recta r anterior y a la recta

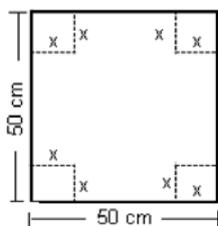
$$r': \begin{cases} x - z = 0 \\ 2x - y - z = 10 \end{cases}$$

A.3 Considere las funciones $f(x) = e^{x+1}$ y $g(x) = e^{-x+5}$.

a) (0,5 puntos) Determine los posibles puntos de corte de esas dos funciones.

b) (2 puntos) Calcule el área encerrada entre esas dos funciones y las rectas $x = 1$ y $x = 3$.

A.4 (2,5 puntos) Se dispone de una cartulina cuadrada como la del dibujo, cuyo lado mide 50 cm. En cada una de las esquinas se corta un cuadrado de lado x con el fin de poder doblar la cartulina y formar una caja, sin tape. ¿Cuál debe ser el lado x del cuadrado a cortar para que el volumen de la caja sea máximo?



OPCIÓN B

B.1 a) (1,5 puntos) Determine para qué valores de m el siguiente sistema de ecuaciones:

$$mx + 2y + 6z = 0$$

$$2x + my + 4z = 2$$

$$2x + my + 6z = m - 1$$

es compatible determinado, compatible indeterminado o incompatible.

b) (1 punto) Se sabe que una matriz simétrica B de dimensión 3×3 tiene como determinante -3 . Determine el determinante de la matriz $B + B^t$ donde B^t denota la traspuesta de B .

B.2 a) (1 punto) Encuentre la ecuación general ($Ax + By + Cz + D = 0$) del plano que es paralelo a la recta

$$r: \frac{x-1}{2} = y = \frac{z-3}{4}$$

y que contiene los puntos $P = (1,1,1)$ y $Q = (3,5,0)$.

b) (1,5 puntos) Calcule el ángulo que forman las dos rectas siguientes:

$$r: \begin{cases} 2x - y = -1 \\ 2x - z = -4 \end{cases}$$

$$r': \frac{x-3}{2} = \frac{y-4}{-1} = \frac{z+5}{2}$$

B.3 a) (1 punto) Calcule el límite:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{x+6}{x+2} \right)^{3x}$$

b) (1,5 puntos) Calcule la integral

$$\int_0^{\pi/2} e^{\operatorname{sen}(x)} \operatorname{sen}(x) \cos(x) dx$$

usando el cambio de variable $\operatorname{sen}(x) = t$.

B.4 Sea la función

$$f(x) = \frac{1}{x^2 - x - 6}$$

a) (0,5 puntos) Determine el dominio de $f(x)$.

b) (0,5 puntos) Estudie si la función $f(x)$ es continua. Si no lo es, determine los puntos de discontinuidad.

c) (1,5 puntos) Determine los posibles máximos y mínimos, así como las asíntotas de $f(x)$.

1. Como norma general, se valorarán positivamente la exposición lógica, ordenada y coherente de las respuestas.
2. Si en el desarrollo de una cuestión se detecta un error numérico que no sea inconsistente con la cuestión, y el desarrollo posterior es coherente con dicho error, no se prestará especial atención al error, siempre y cuando el problema no haya quedado reducido a uno trivial o el resultado sea manifiestamente inconsistente con la cuestión a resolver.
3. La comisión de un grave error en una cuestión no debe penalizar la corrección del resto de las cuestiones.

A continuación se señalan unas indicaciones específicas para la corrección de algunas cuestiones.

OPCIÓN A

- A.1** a) (0,5 puntos) Si no se enumeran la propiedad o propiedades a usar, o se calcula el determinante usando la regla de Sarrus, deberá reducirse la calificación, otorgando como máximo 0.25 puntos.
b) (2 puntos) El cálculo de los valores de x se valorará con 0.5 puntos y el cálculo de la inversa con 1.5 puntos.
Si se calcula la matriz inversa por el método de Gauss-Jordan, el proceso es algo más largo que si se calcula mediante determinantes y los errores numéricos pueden ser más habituales. En ese caso deberá valorarse más el proceso que los cálculos, siempre que éstos tengan sentido.
- A.2** a) (1 punto) Se podrá dar la ecuación de la recta en cualquiera de sus formas, vectorial, paramétrica, continua o implícita.
b) (1,5 puntos) Si en lugar de la ecuación general del plano se proporciona la ecuación del plano en otra forma, paramétrica u otra, se calificará la cuestión con un máximo de 0.75 puntos.
- A.3** a) (0,5 puntos) El cálculo del punto de corte se valora con 0.5 puntos.
b) (2 puntos) Los pasos en el cálculo del área deben estar claros y la valoración de la cuestión debe tenerlo en cuenta.
- A.4** (2,5 puntos) Deberá prestarse atención al proceso, si bien los cálculos numéricos son suficientemente sencillos como para que puedan realizarse sin dificultad.

OPCIÓN B

- B.1** a) (1,5 puntos) La calificación debe tener en cuenta si se analizan todos los casos posibles y los razonamientos empleados para la clasificación del sistema.
b) (1 puntos) Se tendrá en cuenta que se describan los razonamientos o enuncien las propiedades que se utilicen.
- B.2** a) (1 punto) Si no se proporciona la ecuación general, sino que se proporciona la ecuación del plano en otra forma, paramétrica u otra, se calificará la cuestión con un máximo de 0.5 puntos.
b) (1,5 puntos) Se podrá dar el valor del ángulo o el de su coseno, ambas formas son válidas.
- B.3** a) (1 punto) Los pasos en el cálculo del límite deben estar claros y la valoración de la cuestión debe tenerlo en cuenta.
b) (1,5 puntos) Los pasos en el cálculo de la integral deben estar claros y la valoración de la cuestión debe tenerlo en cuenta.
- B.4** a) (0,5 puntos) y b) (0,5 puntos) Además de los correspondientes conjuntos de puntos, deberán valorarse los argumentos que se usen.
c) (1,5 puntos) La valoración de la cuestión deberá tener en cuenta si se estudian todas las características solicitadas.