

PUNTUACIÓN QUE SE OTORGARÁ A ESTE EJERCICIO: (véanse las distintas partes del examen)

Elija una de las dos opciones propuestas, A o B. En cada pregunta se señala la puntuación máxima.

OPCIÓN A

1. (2,5 puntos)

a) (1,5 puntos) Sean A y B matrices 2×2 . Determine dichas matrices sabiendo que verifican las siguientes ecuaciones:

$$\begin{aligned}A + 3B &= \begin{pmatrix} -4 & -2 \\ 3 & -4 \end{pmatrix} \\ 2A - B &= \begin{pmatrix} -1 & 3 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}\end{aligned}$$

b) (1 punto) Sean C y D las matrices:

$$C = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad D = \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Determine el determinante: $|5(CD)^{-1}|$, donde $(CD)^{-1}$ es la matriz inversa de (CD) .

2. (2,5 puntos)

a) (1,5 puntos) Determine el valor o valores de m , si existen, para que la recta

$$r : \begin{cases} mx + y = 2 \\ x + mz = 3 \end{cases}$$

sea paralela al plano:

$$\pi : 2x - y - z + 6 = 0$$

b) (1 punto) Determine la distancia del punto $P = (2, 1, 1)$ a la recta r cuando $m = 2$.

3. (2,5 puntos) Considere la función:

$$f(x) = \frac{x^2}{2x - 6}$$

a) (1,25 puntos) Determine el dominio y las asíntotas, si existen, de esa función.

b) (1,25 puntos) Determine los intervalos de crecimiento y decrecimiento y los máximos y mínimos relativos, si existen, de esa función.

4. (2,5 puntos)

a) (1,25 puntos) La derivada de una función $f(x)$ es:

$$(x - 1)^3(x - 3)$$

Determine la función $f(x)$ sabiendo que $f(0) = 1$.

b) (1,25 puntos) Determine el límite:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{x^3 + 2x + 2}{x^3 + 1} \right)^{3x^2 + x + 1}$$

OPCIÓN B

1. (2,5 puntos) Determine para qué valores de a el sistema que aparece a continuación es compatible determinado, compatible indeterminado o incompatible.

$$\begin{aligned}ax - 3y + 6z &= 3 \\ax + 3y + az &= 6 \\-ax - 6y + 9z &= 0\end{aligned}$$

2. (2,5 puntos)

- a) (1,5 puntos) Estudie la posición relativa de los planos:

$$\begin{aligned}\pi : x - y - z &= 0 \\ \pi' : \begin{cases} x = 3 + 2\lambda - \mu \\ y = 1 + \lambda + \mu \\ z = \mu \end{cases}\end{aligned}$$

- b) (1 punto) Determine la ecuación de la recta perpendicular a π que pasa por el punto $P = (1, 0, 1)$.
Escriba la ecuación de la recta como intersección de dos planos.

3. (2,5 puntos)

- a) (1,25 puntos) Considere la función:

$$f(x) = \begin{cases} x^2 & \text{si } x < 2 \\ 2x + a & \text{si } 2 \leq x \leq 4 \\ -x^2 + 3x + b & \text{si } x > 4 \end{cases}$$

Determine los valores de a y b para que la función sea continua.

- b) (1,25 puntos) Supongamos ahora que $a = 0$. Usando la definición de derivada, estudie la derivabilidad de $f(x)$ en $x = 2$.

4. (2,5 puntos)

- a) (1,25 puntos) Dadas las funciones $f(x) = x^2$ y $g(x) = -x^2 + 2$, determine el área encerrada entre ambas funciones.

- b) (1,25 puntos) Calcule la integral:

$$\int_2^3 \frac{x^3}{x^2 - 2x + 1} dx$$

Como norma general, se deben valorar positivamente la exposición lógica, ordenada y coherente de las respuestas.

Si en el desarrollo de un problema se detecta un error numérico, que no sea manifiestamente inconsistente con la cuestión, y el desarrollo posterior es coherente con dicho error, no se debe dar especial relevancia al error, siempre y cuando el problema no haya quedado reducido a uno trivial o el resultado sea manifiestamente inconsistente con el problema a resolver.

OPCIÓN A

A. 1. (2,5 puntos)

- a) (1,5 puntos) Los cálculos son sencillos para que se puedan determinar sin dificultad las matrices A y B .
- b) (1 punto) La calificación debe tener en cuenta los cálculos y propiedades usadas, si se hace referencia a alguna. No obstante, si no se usa ninguna propiedad y se realizan todos los cálculos directamente, no debe efectuarse ninguna penalización ya que ésta irá implícita en el consumo de tiempo necesario para efectuar todos los cálculos.

A. 2. (2,5 puntos)

- a) (1,5 puntos) La calificación debe tener en cuenta si se determinan todos los posibles valores de m .
- b) (1 punto) Distancia: 1 punto.

A. 3. (2,5 puntos)

- a) (1,25 puntos) Dominio: 0,25 puntos. Asíntotas: 1 punto; la calificación debe tener en cuenta que se analice la existencia de los tres tipos de asíntotas, aunque sea para decir que no existen.
- b) (1,25 puntos) Determinación de los intervalos de crecimiento y decrecimiento: 0,75 puntos. Análisis de máximos y mínimos relativos: 0,5 puntos.

A. 4. (2,5 puntos)

- a) (1,25 puntos) Los cálculos son suficientemente sencillos como para que no haya dificultad en determinar la función. Si no se determina la constante la calificación máxima será de 0,75 puntos.
- b) (1,25 puntos) Los pasos para el cálculo del límite deben estar claros y la valoración del problema debe tenerlo en cuenta.

OPCIÓN B

B. 1. (2,5 puntos) La calificación debe tener en cuenta si se analizan todos los casos posibles y los razonamientos empleados para la clasificación del sistema.

B. 2. (2,5 puntos)

- a) (1,5 puntos) Determinación de que los planos se cortan: 1,5 puntos.

b) (1 punto) Si no se proporciona la recta como intersección de dos planos la calificación máxima será de 0,5 puntos.

B. 3. (2,5 puntos)

a) (1,25 puntos) La determinación de las constantes no ofrece especial dificultad y los pasos en la determinación de las mismas deben estar claros y la calificación debe tenerlo en cuenta.

b) (1,25 puntos) El uso de la definición de derivada a través de los límites debe estar claro.

B. 4. (2,5 puntos)

a) (1,25 puntos) Los pasos y razonamientos para el cálculo del área deben estar claros y la calificación debe tenerlo en cuenta.

b) (1,25 puntos) Los pasos y razonamientos para el cálculo de la integral deben estar claros y la calificación debe tenerlo en cuenta.