

PUNTUACIÓN QUE SE OTORGARÁ A ESTE EJERCICIO: (véanse las distintas partes del examen)

Elija una de las dos opciones propuestas, A o B. En cada pregunta se señala la puntuación máxima.

OPCIÓN A

1. (3,5 puntos) Dadas las matrices:

$$A = \begin{pmatrix} 4 & 3 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 5 & -1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$$

- a) (1,25 puntos) Calcular, si existe, la matriz inversa de A .
- b) (1,25 puntos) Encontrar una matriz X , si existe, tal que $2X + B^2 = 3A$.
- c) (1 punto) Sea $C = A + B$. Calcular el rango de C .

2. (3,5 puntos) Dada la función:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{bx+3}{1-x} & \text{si } x \in (-\infty, 0] \\ x+3 & \text{si } x \in (0, 3] \\ \frac{ax+3}{x^2+1} & \text{si } x \in (3, +\infty) \end{cases}$$

- a) (1 punto) Calcular a para que la función sea continua en $x = 3$.
- b) (1,5 puntos) Calcular b para que la función sea derivable en $x = 0$.
- c) (1 punto) Calcular:

$$\int_1^2 \left(\frac{3}{x} + e^{5x} + 8x \right) dx$$

3. (3 puntos) Disponemos de los siguientes datos sobre el uso de nuevas tecnologías por parte de los estudiantes de una universidad: un 70% de los estudiantes de esa universidad tiene teléfono inteligente, un 50% de los estudiantes de esa universidad tiene ordenador portátil y un 40% de los estudiantes de esa universidad tiene ambos dispositivos (teléfono inteligente y ordenador portátil).

- a) (1 punto) Si elegimos al azar un estudiante de esa universidad, ¿cuál es la probabilidad de que tenga al menos uno de los dos dispositivos?
- b) (1 punto) Si elegimos al azar un estudiante de entre los que tienen teléfono inteligente, ¿cuál es la probabilidad de que también tenga ordenador portátil?
- c) (1 punto) Sea A el suceso "el estudiante tiene teléfono inteligente" y B el suceso "el estudiante tiene ordenador portátil", ¿son los sucesos A y B independientes?

OPCIÓN B

1. (3,5 puntos) Un agricultor tiene 40 hectáreas de terreno en las que puede plantar cebada o maíz (o no plantar nada). Cada hectárea de cebada necesitará 5 hectómetros cúbicos de agua mientras que cada hectárea de maíz necesitará 10 hectómetros cúbicos de agua. El agricultor podrá disponer de hasta 225 hectómetros cúbicos de agua. El beneficio que obtendrá por cada hectárea de cebada es de 100 euros mientras que por cada hectárea de maíz obtendrá un beneficio de 160 euros; además, las hectáreas en las que no plante nada las arrendará y obtendrá un beneficio de 50 euros por hectárea. La normativa no le permite plantar más hectáreas de maíz que de cebada. ¿Cuántas hectáreas de cebada y cuántas de maíz tiene que plantar para maximizar su beneficio? ¿Cuál será el beneficio máximo?

2. (3,5 puntos) Sea la función:

$$f(x) = \frac{2x + 5}{x^2 - 4}$$

Calcular:

- (0,5 puntos) Su dominio.
- (1 punto) ¿Para qué valores de x es $f(x)$ mayor que 0?
- (1,25 puntos) Sus máximos y mínimos relativos, si existen.
- (0,75 puntos) Sus asíntotas verticales, horizontales y oblicuas, si existen.

3. (3 puntos) La producción en kilos de los naranjos de una variedad es una variable aleatoria con distribución normal de desviación típica igual a 5 kilos.

- (1,5 puntos) Queremos construir un intervalo de confianza al 96% para la media de la producción de los naranjos de esta variedad de forma que su amplitud no sea mayor que 3 kilos. ¿Qué tamaño de la muestra debemos tomar?
- (1,5 puntos) Decidimos tomar un tamaño de la muestra igual a 10. Elegimos 10 naranjos de esta variedad y medimos su producción en kilos, con los siguientes resultados:

82, 90, 87, 75, 78, 83, 92, 77, 85, 86.

Calcular el intervalo de confianza al 96% para la media de la producción de los naranjos de esta variedad.

k	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.0	0.5000	0.5040	0.5080	0.5120	0.5160	0.5199	0.5239	0.5279	0.5319	0.5359
0.1	0.5398	0.5438	0.5478	0.5517	0.5557	0.5596	0.5636	0.5675	0.5714	0.5753
0.2	0.5793	0.5832	0.5871	0.5910	0.5948	0.5987	0.6026	0.6064	0.6103	0.6141
0.3	0.6179	0.6217	0.6255	0.6293	0.6331	0.6368	0.6406	0.6443	0.6480	0.6517
0.4	0.6554	0.6591	0.6628	0.6664	0.6700	0.6736	0.6772	0.6808	0.6844	0.6879
0.5	0.6915	0.6950	0.6985	0.7019	0.7054	0.7088	0.7123	0.7157	0.7190	0.7224
0.6	0.7257	0.7291	0.7324	0.7357	0.7389	0.7422	0.7454	0.7486	0.7517	0.7549
0.7	0.7580	0.7611	0.7642	0.7673	0.7704	0.7734	0.7764	0.7794	0.7823	0.7852
0.8	0.7881	0.7910	0.7939	0.7967	0.7995	0.8023	0.8051	0.8078	0.8106	0.8133
0.9	0.8159	0.8186	0.8212	0.8238	0.8264	0.8289	0.8315	0.8340	0.8365	0.8389
1.0	0.8413	0.8438	0.8461	0.8485	0.8508	0.8531	0.8554	0.8577	0.8599	0.8621
1.1	0.8643	0.8665	0.8686	0.8708	0.8729	0.8749	0.8770	0.8790	0.8810	0.8830
1.2	0.8849	0.8869	0.8888	0.8907	0.8925	0.8944	0.8962	0.8980	0.8997	0.9015
1.3	0.9032	0.9049	0.9066	0.9082	0.9099	0.9115	0.9131	0.9147	0.9162	0.9177
1.4	0.9192	0.9207	0.9222	0.9236	0.9251	0.9265	0.9279	0.9292	0.9306	0.9319
1.5	0.9332	0.9345	0.9357	0.9370	0.9382	0.9394	0.9406	0.9418	0.9429	0.9441
1.6	0.9452	0.9463	0.9474	0.9484	0.9495	0.9505	0.9515	0.9525	0.9535	0.9545
1.7	0.9554	0.9564	0.9573	0.9582	0.9591	0.9599	0.9608	0.9616	0.9625	0.9633
1.8	0.9641	0.9649	0.9656	0.9664	0.9671	0.9678	0.9686	0.9693	0.9699	0.9706
1.9	0.9713	0.9719	0.9726	0.9732	0.9738	0.9744	0.9750	0.9756	0.9761	0.9767
2.0	0.9772	0.9778	0.9783	0.9788	0.9793	0.9798	0.9803	0.9808	0.9812	0.9817
2.1	0.9821	0.9826	0.9830	0.9834	0.9838	0.9842	0.9846	0.9850	0.9854	0.9857
2.2	0.9861	0.9864	0.9868	0.9871	0.9875	0.9878	0.9881	0.9884	0.9887	0.9890
2.3	0.9893	0.9896	0.9898	0.9901	0.9904	0.9906	0.9909	0.9911	0.9913	0.9916
2.4	0.9918	0.9920	0.9922	0.9925	0.9927	0.9929	0.9931	0.9932	0.9934	0.9936
2.5	0.9938	0.9940	0.9941	0.9943	0.9945	0.9946	0.9948	0.9949	0.9951	0.9952
2.6	0.9953	0.9955	0.9956	0.9957	0.9959	0.9960	0.9961	0.9962	0.9963	0.9964
2.7	0.9965	0.9966	0.9967	0.9968	0.9969	0.9970	0.9971	0.9972	0.9973	0.9974
2.8	0.9974	0.9975	0.9976	0.9977	0.9977	0.9978	0.9979	0.9979	0.9980	0.9981
2.9	0.9981	0.9982	0.9982	0.9983	0.9984	0.9984	0.9985	0.9985	0.9986	0.9986
3.0	0.9987	0.9987	0.9987	0.9988	0.9988	0.9989	0.9989	0.9989	0.9990	0.9990
3.1	0.9990	0.9991	0.9991	0.9991	0.9992	0.9992	0.9992	0.9992	0.9993	0.9993
3.2	0.9993	0.9993	0.9994	0.9994	0.9994	0.9994	0.9994	0.9995	0.9995	0.9995
3.3	0.9995	0.9995	0.9995	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9997
3.4	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9998
3.5	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998
3.6	0.9998	0.9998	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999

NOTA: En la tabla figuran los valores de $P(Z \leq k)$ para una distribución normal de media 0 y desviación típica 1. Si no encuentra el valor en la tabla, elija el más próximo y en el caso de que los valores por exceso y por defecto sean iguales considere la media aritmética de los valores correspondientes

CUESTIONES GENERALES:

En los criterios de evaluación se dan las puntuaciones para las distintas fases de realización de los ejercicios. En algunos ejercicios en los que hay más de una manera de resolverlos se dan criterios dependiendo de cada forma de resolución; aún así, puede haber otras formas de resolver los problemas que no estén contempladas en los criterios expuestos. En este caso queda a criterio del corrector la forma de puntuar el ejercicio. En todo caso, debe darse por válida cualquier forma de resolución de los ejercicios, siempre que sea correcta y esté suficientemente razonada, por inusual o larga que sea.

Si el error se produce en un paso intermedio, el resto del ejercicio se corregirá dando como válido el valor (erróneo) obtenido por el estudiante y no se le penalizará por ello en el resto del ejercicio, a no ser que el error dé lugar a un ejercicio significativamente más sencillo que el original, en cuyo caso la puntuación queda a criterio del corrector.

Como regla general, un pequeño error puntual de cuentas se penalizará con 0,1 puntos.

OPCIÓN A

1. (3,5 puntos)

- a) (1,25 puntos) Si lo resuelven por el método de menores: cálculo del determinante, 0,25 puntos; cálculo de los menores, 0,25 puntos; asignar signo correcto dependiendo de la paridad, 0,25 puntos; dividir por el determinante y trasponer la matriz (al final o en el momento de calcular los menores) para llegar a la inversa, 0,5 puntos. Si se dejan el valor del determinante fuera de la matriz, se les resta 0,1 puntos.
- b) (1,25 puntos) Calcular B^2 , 0,5 puntos. Calcular $3A$, 0,25 puntos. Calcular $3A - B^2$, 0,25 puntos. Calcular X , 0,25 puntos (si dejan $1/2$ fuera se les resta 0,1 puntos).
- c) (1 punto) Calcular C , 0,5 puntos. Comprobar que tiene rango 2, 0,5 puntos.

2. (3,5 puntos)

- a) (1 punto) Encontrar el límite por la izquierda, 0,25 puntos; encontrar el límite por la derecha, 0,25 puntos; calcular a , 0,5 puntos.
- b) (1,5 puntos) Encontrar la derivada por la izquierda, 0,75 puntos; encontrar la derivada por la derecha, 0,25 puntos; calcular b , 0,5 puntos. En este apartado se considera correcto tanto si lo hacen con la definición de derivada (como límite del cociente de los incrementos) como si calculan la expresión de la derivada y sustituyen el valor $x = 0$.
- c) (1 punto) Se valora con 0,75 puntos el cálculo de la primitiva (0,25 puntos por cada sumando) y 0,25 puntos la sustitución correcta de los límites de integración.

3. (3 puntos)

En los dos primeros apartados se valorará con 0,25 puntos identificar correctamente lo que se les pregunta y poner la fórmula adecuada (aunque luego no lo apliquen bien). En todo caso, si responden bien a la pregunta aunque no hayan explicitado la fórmula, se les dará la puntuación completa, 1 punto. En el último apartado se valorará con 0,25 puntos el explicitar algún criterio de independencia de sucesos. Si en un apartado usan algún resultado erróneo de apartados anteriores se les puntuará como si ese resultado hubiera sido correcto.

OPCIÓN B

1. (3,5 puntos)

Escribir la función objetivo, *0,5 puntos*, de los cuales *0,25 puntos* corresponden a la parte de las hectáreas alquiladas. Escribir las restricciones, *0,75 puntos*, correspondiendo *0,25 puntos* a cada una de las tres restricciones adicionales a las de no negatividad; no poner las condiciones de no negatividad se penalizará con *0,1 puntos*. Dibujar correctamente la región factible, *0,5 puntos* y encontrar los puntos extremos, *1 punto* (si encuentran los puntos extremos correctamente sin haber dibujado la región factible se asignan los *1,5 puntos*). Encontrar el punto óptimo, *0,5 puntos*; dar el valor del beneficio máximo, *0,25 puntos*.

2. (3,5 puntos)

a) (*0,5 puntos*) Se puntuará con *0,25 puntos* si cometen un error (dejarse uno de los puntos fuera del dominio, poner uno que no es...) y con *0 puntos* si cometen más de un error.

b) (*1 punto*) *0,5 puntos* por obtener los tres monomios que determinan el signo (un error les penaliza *0,25 puntos* aquí y dos errores les penalizan *0,5 puntos*). *0,5 puntos* por obtener, a partir de la descomposición anterior, los intervalos de positividad (un error les penaliza *0,25 puntos* aquí y dos errores les penalizan *0,5 puntos*). Incluir alguno de los extremos de los intervalos en la solución se penaliza con *0,1 puntos*.

c) (*1,25 puntos*) Calcular la derivada, *0,5 puntos*. Encontrar puntos críticos, *0,5 puntos* (*0,25 puntos* por cada uno). Justificar cuál es máximo y cuál mínimo, *0,25 puntos*.

d) (*0,75 puntos*) Asíntotas verticales, *0,25 puntos*. Asíntota horizontal, *0,25 puntos*. Demostrar (o razonar) que no tiene asíntota oblicua, *0,25 puntos*.

3. (3 puntos)

a) (*1,5 puntos*) Saber qué cuantil buscar, *0,25 puntos*. Encontrarlo, *0,25 puntos*. Poner la fórmula del error, *0,5 puntos*. Sustituir y calcular n , *0,5 puntos* (si se deja el valor n no entero o se toma el anterior en vez del posterior entero se restan *0,1 puntos*).

b) (*1,5 puntos*) Calcular la media de los datos, *0,5 puntos*. Calcular el error (semiamplitud del intervalo) *0,5 puntos*; en esta parte se dará como correcto el cuantil del apartado (a), aunque no lo sea. Poner la fórmula del IC y calcularlo, *0,5 puntos*.