



PUNTUACIÓN QUE SE OTORGARÁ A ESTE EJERCICIO: (véanse las distintas partes del examen)

Elija una de las dos opciones propuestas, A o B. En cada pregunta se señala la puntuación máxima.

OPCIÓN A

1. (3 puntos)

a) (2 puntos) Sea λ un parámetro real cualquiera, determine para qué valores de λ el sistema que aparece a continuación es compatible determinado, compatible indeterminado o incompatible:

$$\begin{aligned} -x + \lambda y + \lambda z &= 4 \\ \lambda x + \lambda y + z &= 6 \\ -\lambda x + \lambda y + \lambda z &= 3 + \lambda \end{aligned}$$

b) (1 punto) Resuélvalo, si es posible, para $\lambda = 2$.

2. (2 puntos)

a) (1 punto)

a.1) (0,5 puntos) Si los vectores \vec{w} y \vec{s} verifican que $|\vec{w}| = |\vec{s}| = 2$, y el ángulo que forman \vec{w} y \vec{s} es 60 grados, determine: $\vec{w} \cdot (\vec{w} - \vec{s})$.

a.2) (0,5 puntos) Si el producto escalar del vector $\vec{u} + \vec{v}$ por sí mismo es 25 y el producto escalar de $\vec{u} - \vec{v}$ por sí mismo es 9. ¿Cuánto vale el producto escalar de \vec{u} por \vec{v} ?

b) (1 punto) Determine el ángulo que forman las rectas siguientes:

$$r : \frac{x+1}{3} = \frac{y}{2} = \frac{z+3}{2} \quad s : \begin{cases} x - y - z = 1 \\ x - y + 2z = 3 \end{cases}$$

3. (5 puntos)

a) (2,25 puntos) Considere la función:

$$f(x) = \frac{1}{8x - x^2}$$

a.1) (1,5 puntos) Determine las asíntotas, si existen, de la función $f(x)$.

a.2) (0,75 puntos) Determine los extremos relativos, si existen, de la función $f(x)$.

b) (1,25 puntos) Determine:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \left((\ln(x^2)) \left(\frac{x+1}{x^2+3} \right) \right)$$

c) (1,5 puntos) Calcule el área de la región encerrada entre las curvas $f(x) = x^3$, y $g(x) = 2x^2 - x$.

OPCIÓN B

1. (3 puntos)

- a) (2 puntos) Sea "a" un parámetro real cualquiera. Determine el rango de la matriz siguiente según los diferentes valores del parámetro "a":

$$A = \begin{pmatrix} a+1 & -1 & a+1 \\ 0 & -1 & 0 \\ 1 & -2 & a \end{pmatrix}$$

- b) (1 punto) Se considera una matriz de orden 3×3 cuyas columnas son C_1 , C_2 y C_3 y cuyo determinante es 2.

Se define ahora la matriz B cuyas columnas son $-C_2$, $C_3 + C_2$ y $3C_1$. Determine el determinante de la inversa de B , si existe.

2. (2 puntos) Considere el plano π y la recta r que aparecen a continuación:

$$\pi : mx - 3y + 2z = 1, \quad r : \begin{cases} 3x + y = 1 \\ 2x - y + 2z = 1 \end{cases}$$

- a) (1 punto) Determine para qué valores del parámetro "m" la recta r y el plano π son secantes, es decir, se cortan.
- b) (1 punto) Determine el ángulo que forman el plano π y la recta r cuando $m = 1$.

3. (5 puntos)

- a) (1,5 puntos) Determine el límite:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{5x+1}{2x-1} - \frac{3}{2} \right)^{\frac{2x^2+1}{x-1}}$$

- b) (1,5 puntos) Usando el cambio de variable $t = \cos(x)$, calcule:

$$\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{3}} \frac{\operatorname{sen}(x) \cos(x)}{1 - \cos(x)} dx$$

- c) (2 puntos) Queremos construir una ventana con la forma de la figura que aparece debajo, es decir rectangular en la parte inferior y semicircular en la superior (la parte superior es un semicírculo completo).



Sabiendo que el perímetro total de la ventana son 5 metros, determine las dimensiones de la ventana para que la superficie de la misma sea máxima.

Como norma general, se deben valorar positivamente la exposición lógica, ordenada y coherente de las respuestas.

Si en el desarrollo de un problema se detecta un error numérico, que no sea manifiestamente inconsistente con la cuestión, y el desarrollo posterior es coherente con dicho error, no se debe dar especial relevancia al error, siempre y cuando el problema no haya quedado reducido a uno trivial o el resultado sea manifiestamente inconsistente con el problema a resolver.

OPCIÓN A

A. 1. (3 puntos)

- a) (2 puntos)** La calificación debe tener en cuenta si se analizan todos los casos posibles. No es necesario obtener soluciones, basta con clasificar el sistema.
- b) (1 punto)** Obtención de la solución: 1 punto.

A. 2. (2 puntos)

- a) (1 punto)**
 - a. 1) (0,5 puntos)** Los cálculos son suficientemente simples como para que no haya dificultad en resolver la cuestión.
 - a. 2) (0,5 puntos)** Los cálculos son suficientemente simples como para que no haya dificultad en resolver la cuestión.
- b) (1 punto)** Se considera igual de correcto proporcionar el ángulo o alguna de sus razones trigonométricas.

A. 3. (5 puntos)

- a) (2,25 puntos)**
 - a. 1) (1,5 puntos)** La calificación debe tener en cuenta que se analice la existencia de los tres tipos de asíntotas, aunque sea para razonar que no existen. El estudio de cada tipo de asíntota se valora con 0,5 puntos.
 - a. 2) (0,75 puntos)** Estudio de extremos: 0,75 puntos.
- b) (1,25 puntos)** Los pasos para el cálculo del límite deben estar claros y la valoración del problema debe tenerlo en cuenta.
- c) (1,5 puntos)** Los pasos para el cálculo del área deben estar claros y la valoración del problema debe tenerlo en cuenta.

OPCIÓN B

B. 1. (3 puntos)

- a) (2 puntos) La calificación debe tener en cuenta que se analicen todos los casos posibles.
- b) (1 punto) La calificación debe tener en cuenta los cálculos y justificación de los mismos.

B. 2. (2 puntos)

- a) (1 punto) Determinación del valor m : 1 punto.
- b) (1 punto) Se considera igualmente correcto proporcionar el ángulo o alguna de sus razones trigonométricas.

B. 3. (5 puntos)

- a) (1,5 puntos) Los pasos para la determinación del límite deben estar claros y la calificación deberá tenerlos en cuenta,
- b) (1,5 puntos) Los pasos para el cálculo de la integral deben estar claros y la valoración del problema debe tenerlo en cuenta. Si solo se realiza el cambio de variable pero no se calcula la integral, la puntuación máxima será de 0,75 puntos. Si no se calculan correctamente los límites de integración, se podrá penalizar con un máximo de 0,25 puntos.
- c) (2 puntos) Planteamiento del problema: 1 punto. Resolución del problema: 1 punto. Si en la resolución no argumentan o comprueban (bastaría con que lo razonasen correctamente) que la solución corresponde a un máximo, se podrá penalizar con un máximo de 0,2 puntos.