

PUNTUACIÓN QUE SE OTORGARÁ A ESTE EJERCICIO: (véanse las distintas partes del examen)

Elija una de las dos opciones propuestas, A o B. En cada pregunta se señala la puntuación máxima.

OPCIÓN A

1. (3,25 puntos) Una empresa de carpintería tiene dos fábricas A y B en las que produce sillas, mesas y taburetes, y tiene que decidir el número de horas de trabajo en cada una de las dos fábricas para la semana próxima. Por cada hora de trabajo de la fábrica A, se producen 1 silla, 2 mesas y 4 taburetes, por cada hora de trabajo de la fábrica B se producen 4 sillas, 3 mesas y 2 taburetes. Durante la semana próxima la empresa tiene que producir, al menos, 80 sillas, 120 mesas y 96 taburetes. El coste por cada hora de trabajo de la fábrica A es de 1500 euros, mientras que el coste por cada hora de trabajo de la fábrica B es de 1000 euros. Plantear y resolver un problema de programación lineal para determinar el número de horas que tiene que trabajar cada una de las fábricas para minimizar el coste. ¿Cuál es el valor de ese coste mínimo?

2. (3,25 puntos) Dada la función:

$$f(x) = \frac{x^2 - 2x + 1}{2x + 3}$$

Calcular:

- a) (0,25 puntos) Dominio de f .
- b) (0,75 puntos) ¿Para qué valores de x es la función positiva?
- c) (1 punto) Asíntotas verticales, horizontales y oblicuas.
- d) (1,25 puntos) Sus máximos y mínimos relativos, si existen.
3. (3,5 puntos) Un concesionario se dedica a la venta de tres modelos de coches: A, B y C. En el concesionario trabajan dos vendedores: María y Pedro. El mes pasado María realizó el 55% de las ventas y Pedro el 45% restante. Además, de las ventas de María, un 60% fueron del modelo A, un 30% del modelo B y un 10% del modelo C. De las ventas de Pedro, un 50% fueron del modelo A, un 20% del modelo B y un 30% del modelo C.
- a) (0,75 puntos) Elegimos al azar una de las ventas realizadas el mes pasado. ¿Cuál es la probabilidad de que sea un coche del modelo B vendido por María?
- b) (1 punto) Elegimos al azar una de las ventas de mes pasado. ¿Cuál es la probabilidad de que sea del modelo B?
- c) (1 punto) Elegimos al azar una de las ventas de modelo B del mes pasado. ¿Cuál es la probabilidad de que sea una venta de María?
- d) (0,75 puntos) Elegimos al azar (con reemplazamiento) dos ventas del mes pasado. ¿Cuál es la probabilidad de que al menos una de ellas sea una venta de María?

OPCIÓN B

1. (3,25 puntos) Discutir, según los valores de a , el sistema:

$$\begin{aligned} 2x + ay + az &= 4 \\ -x + ay + z &= a \\ x + y + az &= 3 \end{aligned}$$

Resolverlo para $a = -3$.

2. (3,25 puntos) Una empresa va a lanzar al mercado un nuevo juguete para la campaña de Navidad. Tiene que decidir el precio de venta al público del juguete, que estará entre 1 y 10 euros. Ha realizado un estudio y sabe que el beneficio B que obtendrá en la campaña dependerá del precio de venta que le ponga al juguete. Así, si le pone un precio de venta x (en euros), el beneficio que obtendrá será de

$$B(x) = \frac{9}{x} - \frac{18}{x^2} - 1$$

donde B está expresado en millones de euros.

- a) (0,75 puntos) ¿Para qué valores de $x \in [1, 10]$ el beneficio es positivo?
- b) (1,5 puntos) ¿Qué precio de venta $x \in [1, 10]$ tiene que poner al juguete para maximizar el beneficio? ¿Cuál es el valor de ese beneficio máximo?
- c) (1 punto) Calcular

$$\int_1^{10} B(x) dx$$

3. (3,5 puntos)

- a) (1,5 puntos) Dados dos sucesos A y B tales que $P(A) = 0,6$, $P(B) = 0,8$ y $P(A/B) = 0,7$, calcular $P(A \cap B)$ y $P(A \cup B)$. ¿Son A y B sucesos independientes?
- b) (2 puntos) Se sabe que el gasto semanal en ocio de los jóvenes de una ciudad tiene distribución normal de desviación típica 6 euros. Se toma una muestra de 10 jóvenes y se les pregunta el gasto en ocio de la última semana, con los siguientes resultados (expresados en euros):

24,5 11 16,5 18,5 21,5 25 6,5 12 10,5 9,5

Construya un intervalo de confianza de nivel 94% para la media del gasto semanal en ocio de los jóvenes de la ciudad.

k	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.0	0.5000	0.5040	0.5080	0.5120	0.5160	0.5199	0.5239	0.5279	0.5319	0.5359
0.1	0.5398	0.5438	0.5478	0.5517	0.5557	0.5596	0.5636	0.5675	0.5714	0.5753
0.2	0.5793	0.5832	0.5871	0.5910	0.5948	0.5987	0.6026	0.6064	0.6103	0.6141
0.3	0.6179	0.6217	0.6255	0.6293	0.6331	0.6368	0.6406	0.6443	0.6480	0.6517
0.4	0.6554	0.6591	0.6628	0.6664	0.6700	0.6736	0.6772	0.6808	0.6844	0.6879
0.5	0.6915	0.6950	0.6985	0.7019	0.7054	0.7088	0.7123	0.7157	0.7190	0.7224
0.6	0.7257	0.7291	0.7324	0.7357	0.7389	0.7422	0.7454	0.7486	0.7517	0.7549
0.7	0.7580	0.7611	0.7642	0.7673	0.7704	0.7734	0.7764	0.7794	0.7823	0.7852
0.8	0.7881	0.7910	0.7939	0.7967	0.7995	0.8023	0.8051	0.8078	0.8106	0.8133
0.9	0.8159	0.8186	0.8212	0.8238	0.8264	0.8289	0.8315	0.8340	0.8365	0.8389
1.0	0.8413	0.8438	0.8461	0.8485	0.8508	0.8531	0.8554	0.8577	0.8599	0.8621
1.1	0.8643	0.8665	0.8686	0.8708	0.8729	0.8749	0.8770	0.8790	0.8810	0.8830
1.2	0.8849	0.8869	0.8888	0.8907	0.8925	0.8944	0.8962	0.8980	0.8997	0.9015
1.3	0.9032	0.9049	0.9066	0.9082	0.9099	0.9115	0.9131	0.9147	0.9162	0.9177
1.4	0.9192	0.9207	0.9222	0.9236	0.9251	0.9265	0.9279	0.9292	0.9306	0.9319
1.5	0.9332	0.9345	0.9357	0.9370	0.9382	0.9394	0.9406	0.9418	0.9429	0.9441
1.6	0.9452	0.9463	0.9474	0.9484	0.9495	0.9505	0.9515	0.9525	0.9535	0.9545
1.7	0.9554	0.9564	0.9573	0.9582	0.9591	0.9599	0.9608	0.9616	0.9625	0.9633
1.8	0.9641	0.9649	0.9656	0.9664	0.9671	0.9678	0.9686	0.9693	0.9699	0.9706
1.9	0.9713	0.9719	0.9726	0.9732	0.9738	0.9744	0.9750	0.9756	0.9761	0.9767
2.0	0.9772	0.9778	0.9783	0.9788	0.9793	0.9798	0.9803	0.9808	0.9812	0.9817
2.1	0.9821	0.9826	0.9830	0.9834	0.9838	0.9842	0.9846	0.9850	0.9854	0.9857
2.2	0.9861	0.9864	0.9868	0.9871	0.9875	0.9878	0.9881	0.9884	0.9887	0.9890
2.3	0.9893	0.9896	0.9898	0.9901	0.9904	0.9906	0.9909	0.9911	0.9913	0.9916
2.4	0.9918	0.9920	0.9922	0.9925	0.9927	0.9929	0.9931	0.9932	0.9934	0.9936
2.5	0.9938	0.9940	0.9941	0.9943	0.9945	0.9946	0.9948	0.9949	0.9951	0.9952
2.6	0.9953	0.9955	0.9956	0.9957	0.9959	0.9960	0.9961	0.9962	0.9963	0.9964
2.7	0.9965	0.9966	0.9967	0.9968	0.9969	0.9970	0.9971	0.9972	0.9973	0.9974
2.8	0.9974	0.9975	0.9976	0.9977	0.9977	0.9978	0.9979	0.9979	0.9980	0.9981
2.9	0.9981	0.9982	0.9982	0.9983	0.9984	0.9984	0.9985	0.9985	0.9986	0.9986
3.0	0.9987	0.9987	0.9987	0.9988	0.9988	0.9989	0.9989	0.9989	0.9990	0.9990
3.1	0.9990	0.9991	0.9991	0.9991	0.9992	0.9992	0.9992	0.9992	0.9993	0.9993
3.2	0.9993	0.9993	0.9994	0.9994	0.9994	0.9994	0.9994	0.9995	0.9995	0.9995
3.3	0.9995	0.9995	0.9995	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9997
3.4	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9998
3.5	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998
3.6	0.9998	0.9998	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999

NOTA: En la tabla figuran los valores de $P(Z \leq k)$ para una distribución normal de media 0 y desviación típica 1. Si no encuentra el valor en la tabla, elija el más próximo y en el caso de que los valores por exceso y por defecto sean iguales considere la media aritmética de los valores correspondientes.

CRITERIOS ESPECÍFICOS DE CORRECCIÓN

En los criterios de evaluación se dan las puntuaciones para las distintas fases de realización de los ejercicios. En algunos ejercicios en los que hay más de una manera de resolverlos se dan criterios dependiendo de cada forma de resolución; aun así, puede haber otras formas de resolver los problemas que no estén contempladas en los criterios expuestos. En este caso queda a criterio del corrector la forma de puntuar el ejercicio. En todo caso, debe darse por válida cualquier forma de resolución de los ejercicios, siempre que sea correcta y esté suficientemente razonada, por inusual o larga que sea.

Si el error se produce en un paso intermedio, el resto del ejercicio se corregirá dando como válido el valor (erróneo) obtenido por el estudiante y no se le penalizará por ello en el resto del ejercicio, a no ser que el error de lugar a un ejercicio significativamente más sencillo que el original, en cuyo caso la puntuación queda a criterio del corrector. Como regla general, un pequeño error puntual de cuentas se penalizará con 0,1 puntos.

OPCIÓN A

1. (3,25 puntos)

Escribir la función objetivo, *0,25 puntos*. Escribir las restricciones, *0,75 puntos*, correspondiendo *0,25 puntos* a cada una de las tres restricciones adicionales a las de no negatividad; no poner las condiciones de no negatividad se penalizará con *0,1 puntos*. Dibujar correctamente la región factible, *0,5 puntos* y encontrar los puntos extremos, *0,75 puntos* (si se encuentran los puntos extremos correctamente sin haber dibujado la región factible se asignan los *1,25 puntos*). Evaluar la función objetivo en cada uno de los puntos extremos y encontrar el de coste mínimo, *0,5 puntos* y probar o razonar que aunque la región factible no es acotada, el problema tiene solución, *0,25 puntos*. Dar el valor del coste mínimo *0,25 puntos*.

2. (3,25 puntos)

- a) (*0,25 puntos*)
- b) Factorizar el numerador *0,25 puntos*. Calcular los intervalos donde x es positiva *0,5 puntos*. Si se incluye el punto $-3/2$ se restan *0,25 puntos* y si se incluye el 1 se restan *0,1 puntos*.
- c) Asintota horizontal *0,25 puntos*. Asintota vertical *0,25 puntos*. Asintota oblicua *0,5 puntos* (*0,25* por cada parámetro).
- d) Calcular la derivada correctamente *0,5 puntos*. Obtener los puntos críticos *0,25 puntos*. Determinar cuál es el mínimo y cuál el máximo *0,5 puntos* (si lo hacen calculando la segunda derivada, ésta se valorará con *0,25 puntos*).

3. (3,5 puntos)

- a) Se asignan *0,75 puntos* si se responde bien (no se asignan puntuaciones intermedias en este apartado).
- b) Por poner la fórmula correcta (teorema de la probabilidad total u otra si es correcta), *0,25 puntos*. Sustituir correctamente y calcular, *0,75 puntos*. Si no ponen la fórmula explícitamente pero la aplican bien, se puntúa con *1 punto* el apartado.
- c) Por poner la fórmula correcta (teorema de Bayes u otra si es correcta), *0,25 puntos*. Sustituir correctamente y calcular, *0,75 puntos*. Si usan algún valor incorrecto de apartados anteriores, se dará por correcto para este apartado. Si no ponen la fórmula explícitamente pero la aplican bien, se puntúa con *1 punto* el apartado.
- d) Si lo hacen pasando al complementario: *0,25 puntos* por pasar correctamente al complementario y *0,5 puntos* por calcular la probabilidad pedida. Si lo hacen directamente, se les resta *0,25 puntos* por cada combinación que se dejen o de la que no calculen la probabilidad correctamente.

OPCIÓN B

1. (3,25 puntos)

Discutir el sistema, *1,75 puntos*: si lo hacen por Gauss se puntúa con *1 punto* la correcta triangularización (un error resta 0,5 puntos y dos errores restan 1 punto). Si lo hacen por determinantes se puntúa con *1 punto* el cálculo de los determinantes necesarios para llegar a la conclusión. Se puntúa con *0,25 puntos* obtener que es incompatible para $\alpha = -1$, con *0,25 puntos* que es compatible indeterminado para $\alpha = 1$ y con *0,25 puntos* que es compatible determinado para los demás valores de α . Resolverlo, *1,5 puntos* (si la resolución se basa en algún resultado erróneo de la parte de discusión, se dará aquél como bueno a la hora de puntuar la resolución).

2. (3,25 puntos)

- a)** Encontrar los puntos en los que se anula el beneficio, *0,5 puntos*. Determinar el intervalo en el que el beneficio es positivo, *0,25 puntos* (se restan *0,1 puntos* si se incluye algún extremo del intervalo).
- b)** Calcular la derivada *0,5 puntos*. Encontrar el punto crítico, *0,25 puntos*. Comprobar que es máximo relativo, *0,25 puntos*. Comprobar o razonar que es máximo absoluto, *0,25 puntos*. Dar el valor del beneficio máximo, *0,25 puntos*.
- c)** Se puntúa con *0,25 puntos* la integral indefinida de cada sumando y con *0,25 puntos* la sustitución de los límites de integración.

3. (3,5 puntos)

- a)** Se valora cada pregunta con *0,5 puntos*, sin puntuaciones intermedias dentro de ellas. Si en una pregunta se usa un resultado incorrecto de una pregunta anterior, se dará por bueno para la nueva pregunta.
- b)** Calcular la media de los datos, *0,25 puntos*. Saber qué cuantil buscar *0,5 puntos*. Encontrarlo *0,5 puntos*. Calcular el error (semiamplitud del intervalo) *0,5 pts*. Poner la fórmula del IC y calcularlo, *0,25 pts*.