

PUNTUACIÓN QUE SE OTORGARÁ A ESTE EJERCICIO: (véanse las distintas partes del examen)

Elija una de las dos opciones propuestas, A o B. En cada pregunta se señala la puntuación máxima.

OPCIÓN A

1. (3,25 puntos) Dadas las matrices:

$$A = \begin{pmatrix} x & 1 & -2 \\ 4 & 1 & 0 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} -2 & 1 \\ -1 & 0 \\ y & 2y \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 2 & -3 \\ -9 & 4 \end{pmatrix}$$

- a) (2 puntos) ¿Para qué valores de x e y se tiene $AB = C$?
 - b) (1,25 puntos) Calcular, si existe, la matriz inversa de C .
2. (3,25 puntos) El precio (en euros) de una acción de una compañía entre las nueve y las diez de la mañana ha venido dado por la siguiente expresión

$$P(x) = 12 - \frac{2x - 8}{x^2 + 4x + 4}$$

donde $x \in [0,60]$ es el tiempo en minutos desde las nueve de la mañana. Calcular:

- a) (0,25 puntos) El precio de la acción a las nueve y media.
 - b) (1 punto) Entre las nueve y las diez de la mañana, ¿durante cuánto tiempo la acción ha tenido un precio mayor que 12 euros?
 - c) (2 puntos) El máximo y mínimo precio que ha alcanzado la acción entre las nueve y las diez de la mañana.
3. (3,5 puntos) Se va a realizar un estudio de mercado para estimar la proporción de consumidores que conoce una determinada marca de yogures. Para ello se va a tomar una muestra aleatoria simple de consumidores, se va a preguntar a cada uno si conoce la marca y a partir de los resultados se construirá el intervalo de confianza correspondiente, a nivel de confianza del 91%.
- a) (2 puntos) Si queremos que el intervalo no tenga una amplitud mayor que 0,08 ¿qué tamaño de la muestra debemos escoger?
 - b) (1,5 puntos) Decidimos tomar una muestra de tamaño de 175 consumidores; les preguntamos y un total de 126 responden que conocen la marca. Calcular el intervalo de confianza al 91% para la proporción de consumidores que conocen la marca.

k	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.0	0.5000	0.5040	0.5080	0.5120	0.5160	0.5199	0.5239	0.5279	0.5319	0.5359
0.1	0.5398	0.5438	0.5478	0.5517	0.5557	0.5596	0.5636	0.5675	0.5714	0.5753
0.2	0.5793	0.5832	0.5871	0.5910	0.5948	0.5987	0.6026	0.6064	0.6103	0.6141
0.3	0.6179	0.6217	0.6255	0.6293	0.6331	0.6368	0.6406	0.6443	0.6480	0.6517
0.4	0.6554	0.6591	0.6628	0.6664	0.6700	0.6736	0.6772	0.6808	0.6844	0.6879
0.5	0.6915	0.6950	0.6985	0.7019	0.7054	0.7088	0.7123	0.7157	0.7190	0.7224
0.6	0.7257	0.7291	0.7324	0.7357	0.7389	0.7422	0.7454	0.7486	0.7517	0.7549
0.7	0.7580	0.7611	0.7642	0.7673	0.7704	0.7734	0.7764	0.7794	0.7823	0.7852
0.8	0.7881	0.7910	0.7939	0.7967	0.7995	0.8023	0.8051	0.8078	0.8106	0.8133
0.9	0.8159	0.8186	0.8212	0.8238	0.8264	0.8289	0.8315	0.8340	0.8365	0.8389
1.0	0.8413	0.8438	0.8461	0.8485	0.8508	0.8531	0.8554	0.8577	0.8599	0.8621
1.1	0.8643	0.8665	0.8686	0.8708	0.8729	0.8749	0.8770	0.8790	0.8810	0.8830
1.2	0.8849	0.8869	0.8888	0.8907	0.8925	0.8944	0.8962	0.8980	0.8997	0.9015
1.3	0.9032	0.9049	0.9066	0.9082	0.9099	0.9115	0.9131	0.9147	0.9162	0.9177
1.4	0.9192	0.9207	0.9222	0.9236	0.9251	0.9265	0.9279	0.9292	0.9306	0.9319
1.5	0.9332	0.9345	0.9357	0.9370	0.9382	0.9394	0.9406	0.9418	0.9429	0.9441
1.6	0.9452	0.9463	0.9474	0.9484	0.9495	0.9505	0.9515	0.9525	0.9535	0.9545
1.7	0.9554	0.9564	0.9573	0.9582	0.9591	0.9599	0.9608	0.9616	0.9625	0.9633
1.8	0.9641	0.9649	0.9656	0.9664	0.9671	0.9678	0.9686	0.9693	0.9699	0.9706
1.9	0.9713	0.9719	0.9726	0.9732	0.9738	0.9744	0.9750	0.9756	0.9761	0.9767
2.0	0.9772	0.9778	0.9783	0.9788	0.9793	0.9798	0.9803	0.9808	0.9812	0.9817
2.1	0.9821	0.9826	0.9830	0.9834	0.9838	0.9842	0.9846	0.9850	0.9854	0.9857
2.2	0.9861	0.9864	0.9868	0.9871	0.9875	0.9878	0.9881	0.9884	0.9887	0.9890
2.3	0.9893	0.9896	0.9898	0.9901	0.9904	0.9906	0.9909	0.9911	0.9913	0.9916
2.4	0.9918	0.9920	0.9922	0.9925	0.9927	0.9929	0.9931	0.9932	0.9934	0.9936
2.5	0.9938	0.9940	0.9941	0.9943	0.9945	0.9946	0.9948	0.9949	0.9951	0.9952
2.6	0.9953	0.9955	0.9956	0.9957	0.9959	0.9960	0.9961	0.9962	0.9963	0.9964
2.7	0.9965	0.9966	0.9967	0.9968	0.9969	0.9970	0.9971	0.9972	0.9973	0.9974
2.8	0.9974	0.9975	0.9976	0.9977	0.9977	0.9978	0.9979	0.9979	0.9980	0.9981
2.9	0.9981	0.9982	0.9982	0.9983	0.9984	0.9984	0.9985	0.9985	0.9986	0.9986
3.0	0.9987	0.9987	0.9987	0.9988	0.9988	0.9989	0.9989	0.9989	0.9990	0.9990
3.1	0.9990	0.9991	0.9991	0.9991	0.9992	0.9992	0.9992	0.9992	0.9993	0.9993
3.2	0.9993	0.9993	0.9994	0.9994	0.9994	0.9994	0.9994	0.9995	0.9995	0.9995
3.3	0.9995	0.9995	0.9995	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9997
3.4	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9998
3.5	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998
3.6	0.9998	0.9998	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999

NOTA: En la tabla figuran los valores de $P(Z \leq k)$ para una distribución normal de media 0 y desviación típica 1. Si no encuentra el valor en la tabla, elija el más próximo y en el caso de que los valores por exceso y por defecto sean iguales considere la media aritmética de los valores correspondientes.

OPCIÓN B

1. (3,25 puntos) Un ebanista fabrica sillas y taburetes. Cada silla necesita 4 kilos de madera y 1 hora de trabajo, mientras que cada taburete necesita 2 kilos de madera y 3 horas de trabajo. El beneficio por cada silla es de 70 euros y por cada taburete es de 50 euros. Para la semana que viene quiere fabricar, al menos, 6 sillas y 4 taburetes; dispone, como máximo, de 72 kilos de madera y de 48 horas de trabajo. ¿Cuántas sillas y taburetes debe fabricar para maximizar su beneficio? ¿Cuál será el valor del beneficio en ese caso?

2. (3,25 puntos)

a) (2 puntos) Dada la función $f(x) = ax^3 + bx^2 + 3x - 6$, con $x \in \mathbb{R}$, encontrar, si existen, a y b tales que f tenga un máximo relativo en $x = -2$ con valor $f(-2) = -6$.

b) (1,25 puntos) Calcular:

$$\int_0^1 \left(\frac{5x}{\sqrt{8x^2 + 1}} - 3xe^{-4x^2} \right) dx$$

3. (3,5 puntos) Según los datos del Instituto Nacional de Estadística, el 49,3% de la población aragonesa son hombres y el 50,7% son mujeres. Del total de hombres, un 80,9% tienen menos de 65 años; del total de mujeres, un 75,9% tienen menos de 65 años.

a) (0,75 puntos) Elegimos una persona de Aragón al azar, ¿cuál es la probabilidad de que sea una mujer de menos de 65 años?

b) (1 punto) Elegimos una persona de Aragón al azar, ¿cuál es la probabilidad de que tenga menos de 65 años?

c) (1 punto) Elegimos una persona de Aragón de entre las que tienen menos de 65 años, ¿cuál es la probabilidad de que sea mujer?

d) (0,75 puntos) Si se eligen al azar (con reemplazamiento) tres personas de Aragón, ¿cuál es la probabilidad de que al menos una de las tres sea mujer?

CRITERIOS ESPECÍFICOS DE CORRECCIÓN

CUESTIONES GENERALES:

- En los criterios de evaluación se dan las puntuaciones para las distintas fases de realización de los ejercicios. En algunos ejercicios en los que hay más de una manera de resolverlos se dan criterios dependiendo de cada forma de resolución; aún así, puede haber otras formas de resolver los problemas que no estén contempladas en los criterios expuestos. En este caso queda a criterio del corrector la forma de puntuar el ejercicio. En todo caso, debe darse por válida cualquier forma de resolución de los ejercicios, siempre que sea correcta y esté suficientemente razonada, por inusual o larga que sea.
- Si el error se produce en un paso intermedio, el resto del ejercicio se corregirá dando como válido el valor (erróneo) obtenido por el estudiante y no se le penalizará por ello en el resto del ejercicio, a no ser que el error dé lugar a un ejercicio significativamente más sencillo que el original, en cuyo caso la puntuación queda a criterio del corrector. Como regla general, un pequeño error puntual de cuentas se penalizará con *0,1 puntos*.

OPCIÓN A

1. (3,25 puntos)
 - a) (2 puntos) Calcular AB , 1 punto. Plantear el sistema de ecuaciones, 0,5 puntos. Resolverlo, 0,5 puntos.
 - b) (1,25 puntos) Si lo resuelven por el método de menores, se valora con 0,5 puntos el cálculo del determinante. No poner algún signo correctamente se penaliza con 0,5 puntos. Si se dejan el valor del determinante fuera de la matriz, se les resta 0,1 puntos. Si lo resuelven por el método de Gauss, un error en la triangularización resta 0,5 puntos y 2 errores restan 1,25 puntos.
2. (3,25 puntos)
 - a) (0,25 puntos) En este apartado no se asignan puntuaciones intermedias.
 - b) (1 punto) Encontrar el punto en el que el precio es igual a 12 euros, 0,5 puntos, y obtener cuáles son los valores de x para los que el precio ha sido mayor que 12 euros, 0,25 puntos. Concluir que el tiempo pedido ha sido de 4 minutos, 0,25 puntos.
 - c) (2 puntos) Calcular la derivada 0,5 puntos. Encontrar el punto crítico en el intervalo, 0,25 puntos. Comprobar que es mínimo relativo, 0,25 puntos. Comprobar o razonar que es mínimo absoluto 0,25 puntos. Razonar que el máximo absoluto se tiene que encontrar en un extremo del intervalo y calcularlo 0,5 puntos. Dar los valores de los precios máximo y mínimo 0,25 puntos.
3. (3,5 puntos)
 - a) (2 puntos) Saber qué cuantil buscar, 0,5 puntos. Encontrarlo, 0,25 puntos. Poner la fórmula del error, 0,5 puntos. Sustituir y calcular, 0,75 puntos (si se deja el valor n no entero o se toma el anterior en vez del posterior, se restan 0,1 puntos). Si el cálculo se realiza tomando el error (semiamplitud) como 0,08 en vez de 0,04 se restan 0,5 puntos.
 - b) (1,5 punto) Calcular \hat{p} , 0,25 puntos. Calcular el error (semiamplitud del intervalo), 0,75 puntos; en esta parte se dará como correcto el cuantil del apartado a), aunque no lo sea. Si se usa en la estimación de la desviación típica un valor distinto a la proporción muestral, se restarán 0,25 puntos. Poner la fórmula del IC y calcularlo, 0,5 puntos.

OPCIÓN B

1. (3,25 puntos) Escribir la función objetivo, 0,25 puntos. Escribir las restricciones, 0,75 puntos (0,25 por la correspondiente a la madera, 0,25 por la de las horas de trabajo y 0,25 por las cotas inferiores). Dibujar correctamente la región factible, 0,5 puntos y encontrar los puntos extremos, 1 punto (si se encuentran los puntos extremos correctamente sin haber dibujado la región factible se asignan los 1,5 puntos). Evaluar la función objetivo en cada uno de los puntos extremos y encontrar el de beneficio máximo, 0,5 puntos. Dar el valor del beneficio máximo, 0,25 puntos.
2. (3,25 puntos)
 - a) (2 puntos) Plantear la ecuación correspondiente a sustituir x por -2 en la función, 0,25 puntos. Hacer la derivada, 0,5 puntos; plantear la ecuación sustituyendo x por -2 en la derivada, 0,25 puntos. Resolver el sistema, 0,75 puntos. Comprobar que, en efecto, $x = -2$ es un máximo relativo, 0,25 puntos.
 - b) (1,25 puntos) Se puntúa con 0,5 puntos la integral indefinida de cada sumando y con 0,25 puntos la sustitución de los límites de integración.
3. (3,5 puntos)
 - a) (0,75 puntos) Se asignan 0,75 puntos si se responde bien (no se asignan puntuaciones intermedias en este apartado)
 - b) (1 punto) Por poner la fórmula correcta (teorema de la probabilidad total u otra si es correcta), 0,25 puntos. Sustituir correctamente y calcular, 0,75 puntos. Si no ponen la fórmula explícitamente pero la aplican bien, se puntúa con 1 punto el apartado.
 - c) (1 punto) Por poner la fórmula correcta (teorema de Bayes u otra si es correcta), 0,25 puntos. Sustituir correctamente y calcular, 0,75 puntos. Si usan algún valor incorrecto de apartados anteriores, se dará por correcto para este apartado. Si no ponen la fórmula explícitamente pero la aplican bien, se puntúa con 1 punto el apartado.
 - d) (0,75 puntos). Si lo hacen pasando al complementario: 0,25 puntos por pasar correctamente al complementario y 0,5 puntos por calcular la probabilidad pedida. Si lo hacen directamente, se restan 0,25 puntos por cada combinación que se dejen o de la que no calculen la probabilidad correctamente.