

PUNTUACIÓN QUE SE OTORGARÁ A ESTE EJERCICIO: (véanse las distintas partes del examen)

El estudiante responderá, como máximo, a tres de las seis preguntas propuestas. La nota final será el resultado de sumar las puntuaciones obtenidas en las preguntas realizadas y dividir dicha suma para tres.

1.- (10 puntos) Dadas las matrices  $A = \begin{pmatrix} 3 & m \\ 6 & 3 \end{pmatrix}$  y  $B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 3 & m \\ 0 & 6 & 3 \end{pmatrix}$ . Se pide:

a.- (3 puntos) Determina los valores del parámetro  $m$  para que  $A$  tenga inversa. Para  $m = 2$ , calcula  $A^{-1}$ .

b.- (7 puntos) Discute y resuelve, según los valores del parámetro  $m$ , el sistema de ecuaciones:

$$B \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

2.- (10 puntos) El nutricionista de una fábrica de piensos aconseja a los granjeros dedicados a la cría de cerdos una ingesta de, al menos, 28 unidades de proteína y, al menos, 36 unidades de grasa vegetal. El nutricionista sabe que cada kilo de soja proporciona 5 unidades de proteína y 3 unidades de grasa y cada kilo de maíz proporciona 1 u. de proteína y 3 u. de grasa. Los precios del kilo de soja y maíz son 3€ y 2€, respectivamente y el granjero dispone de un presupuesto de 60€.

a.- (8 puntos) Plantea y resuelve un problema de programación lineal que permita calcular la cantidad de soja y maíz que deben consumir los cerdos de manera que se minimice el coste de la alimentación. Obtén dicho valor mínimo.

b.- (2 puntos) Si el granjero pensara que la dieta más cara es la mejor, ¿sería una solución óptima adquirir 12 kg. de soja y 15 kg. de maíz?

3.- (10 puntos) Sea la función:

$$f(x) = \begin{cases} -x^2 - 2x & \text{si } x < 0 \\ x^3 - 6x^2 + 9x & \text{si } x \geq 0 \end{cases}$$

a.- (3 puntos) Estudia si  $f(x)$  es continua en  $x = 0$ , ¿ $f(x)$  es continua en la recta real?

b.- (3 puntos) Halla los mínimos y máximos absolutos de  $f(x)$  en  $x \in [1,4]$ .

c.- (1 punto) Analiza la concavidad ( $\cap$ ) - convexidad ( $\cup$ ) de  $f(x)$  cuando  $x > 0$ .

d.- (3 puntos) Calcula  $\int_1^2 f(x) dx$ .

4.- (10 puntos) Dada la función:

$$f(x) = \frac{2x^2 - 16}{x + 3}$$

a.- (4 puntos) Calcula el dominio y las asíntotas de  $f(x)$ .

b.- (6 puntos) Determina, si existen, los máximos y mínimos relativos de  $f(x)$  en su dominio.

5.- (10 puntos) Los profesores Alvarado, Benítez y Cadiñanos, han corregido el 25%, 30% y 45%, respectivamente, de los exámenes de una oposición. Los porcentajes de cometer algún fallo en la corrección son 1%, 2% y 3%, respectivamente. Si se selecciona un examen al azar:

- a.- (3 puntos) Calcula la probabilidad de que esté mal corregido.
- b.- (3 puntos) El examen tiene un error de corrección, calcula la probabilidad de haber sido corregido por Benítez.
- c.- (4 puntos) El examen tiene un error de corrección ¿qué corrector tiene mayor probabilidad de haber corregido mal el examen?

6.- (10 puntos) Se desea estimar la proporción de estudiantes que viven en un colegio mayor a través del porcentaje observado en una muestra aleatoria de estudiantes.

- a.- (6 puntos) Por estudios previos se sabe que el porcentaje de estudiantes alojados en un colegio mayor es del 20%. ¿De qué tamaño debemos elegir la muestra para que el error de la estimación de la proporción sea menor de 0,1 con un nivel de confianza del 98%?
- b.- (4 puntos) Se toma una muestra de 50 estudiantes y se observa que 12 se alojan en un colegio mayor, calcula el intervalo de confianza al 98% para la proporción de estudiantes alojados en un colegio mayor.

k	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.0	0.5000	0.5040	0.5080	0.5120	0.5160	0.5199	0.5239	0.5279	0.5319	0.5359
0.1	0.5398	0.5438	0.5478	0.5517	0.5557	0.5596	0.5636	0.5675	0.5714	0.5753
0.2	0.5793	0.5832	0.5871	0.5910	0.5948	0.5987	0.6026	0.6064	0.6103	0.6141
0.3	0.6179	0.6217	0.6255	0.6293	0.6331	0.6368	0.6406	0.6443	0.6480	0.6517
0.4	0.6554	0.6591	0.6628	0.6664	0.6700	0.6736	0.6772	0.6808	0.6844	0.6879
0.5	0.6915	0.6950	0.6985	0.7019	0.7054	0.7088	0.7123	0.7157	0.7190	0.7224
0.6	0.7257	0.7291	0.7324	0.7357	0.7389	0.7422	0.7454	0.7486	0.7517	0.7549
0.7	0.7580	0.7611	0.7642	0.7673	0.7704	0.7734	0.7764	0.7794	0.7823	0.7852
0.8	0.7881	0.7910	0.7939	0.7967	0.7995	0.8023	0.8051	0.8078	0.8106	0.8133
0.9	0.8159	0.8186	0.8212	0.8238	0.8264	0.8289	0.8315	0.8340	0.8365	0.8389
1.0	0.8413	0.8438	0.8461	0.8485	0.8508	0.8531	0.8554	0.8577	0.8599	0.8621
1.1	0.8643	0.8665	0.8686	0.8708	0.8729	0.8749	0.8770	0.8790	0.8810	0.8830
1.2	0.8849	0.8869	0.8888	0.8907	0.8925	0.8944	0.8962	0.8980	0.8997	0.9015
1.3	0.9032	0.9049	0.9066	0.9082	0.9099	0.9115	0.9131	0.9147	0.9162	0.9177
1.4	0.9192	0.9207	0.9222	0.9236	0.9251	0.9265	0.9279	0.9292	0.9306	0.9319
1.5	0.9332	0.9345	0.9357	0.9370	0.9382	0.9394	0.9406	0.9418	0.9429	0.9441
1.6	0.9452	0.9463	0.9474	0.9484	0.9495	0.9505	0.9515	0.9525	0.9535	0.9545
1.7	0.9554	0.9564	0.9573	0.9582	0.9591	0.9599	0.9608	0.9616	0.9625	0.9633
1.8	0.9641	0.9649	0.9656	0.9664	0.9671	0.9678	0.9686	0.9693	0.9699	0.9706
1.9	0.9713	0.9719	0.9726	0.9732	0.9738	0.9744	0.9750	0.9756	0.9761	0.9767
2.0	0.9772	0.9778	0.9783	0.9788	0.9793	0.9798	0.9803	0.9808	0.9812	0.9817
2.1	0.9821	0.9826	0.9830	0.9834	0.9838	0.9842	0.9846	0.9850	0.9854	0.9857
2.2	0.9861	0.9864	0.9868	0.9871	0.9875	0.9878	0.9881	0.9884	0.9887	0.9890
2.3	0.9893	0.9896	0.9898	0.9901	0.9904	0.9906	0.9909	0.9911	0.9913	0.9916
2.4	0.9918	0.9920	0.9922	0.9925	0.9927	0.9929	0.9931	0.9932	0.9934	0.9936
2.5	0.9938	0.9940	0.9941	0.9943	0.9945	0.9946	0.9948	0.9949	0.9951	0.9952
2.6	0.9953	0.9955	0.9956	0.9957	0.9959	0.9960	0.9961	0.9962	0.9963	0.9964
2.7	0.9965	0.9966	0.9967	0.9968	0.9969	0.9970	0.9971	0.9972	0.9973	0.9974
2.8	0.9974	0.9975	0.9976	0.9977	0.9977	0.9978	0.9979	0.9979	0.9980	0.9981
2.9	0.9981	0.9982	0.9982	0.9983	0.9984	0.9984	0.9985	0.9985	0.9986	0.9986
3.0	0.9987	0.9987	0.9987	0.9988	0.9988	0.9989	0.9989	0.9989	0.9990	0.9990
3.1	0.9990	0.9991	0.9991	0.9991	0.9992	0.9992	0.9992	0.9992	0.9993	0.9993
3.2	0.9993	0.9993	0.9994	0.9994	0.9994	0.9994	0.9994	0.9995	0.9995	0.9995
3.3	0.9995	0.9995	0.9995	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9997
3.4	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9998
3.5	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998	0.9998
3.6	0.9998	0.9998	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999	0.9999

NOTA: En la tabla figuran los valores de  $P(Z \leq k)$  para una distribución normal de media 0 y desviación típica 1. Si no encuentra el valor en la tabla, elija el más próximo y en el caso de que los valores por exceso y por defecto sean iguales considere la media aritmética de los valores correspondientes.

---

## CRITERIOS ESPECÍFICOS DE CORRECCIÓN

### CUESTIONES GENERALES

- En los criterios de evaluación se dan las puntuaciones para las distintas fases de realización de los ejercicios. En algunos ejercicios en los que hay más de una manera de resolverlos se dan criterios dependiendo de cada forma de resolución; aun así, puede haber otras formas de resolver los problemas que no estén contempladas en los criterios expuestos. En este caso queda a criterio del corrector la forma de puntuar el ejercicio.
- En todo caso, debe darse por válida cualquier forma de resolución de los ejercicios, siempre que sea correcta y esté suficientemente razonada, por inusual o larga que sea.
- Como regla general, un pequeño error puntual de cuentas se penalizará con 0,1 pts. Si el error se produce en un paso intermedio, el resto del ejercicio se corregirá dando como válido el valor (erróneo) obtenido por el estudiante y no se le penalizará por ello en el resto del ejercicio, a no ser que el error dé lugar a un ejercicio significativamente más sencillo que el original, en cuyo caso la puntuación queda a criterio del corrector.

### Ejercicio 1

a) **(3 puntos)** Determinar los valores de  $m$  para que la matriz tenga inversa se valorará con (1 pto) y calcular  $A^{-1}$  (2 ptos). Las puntuaciones intermedias para el cálculo de la inversa serán:

1. Si se ha calculado haciendo operaciones elementales: transformar cada  $(a_{ij})$  inicial a la matriz identidad (0,5 ptos cada coeficiente).
2. Si se ha calculado aplicando la fórmula  $A^{-1} = \frac{1}{|A|} (Adj(A))^t$  las calificaciones intermedias serán:  $|A|$  (0,1 ptos),  $Adj(A)$  (0,9 ptos), traspuesta (0,5 ptos), y llegar al resultado (0,5 ptos).

b) **(7 puntos)** Discusión **(3 ptos)** y resolución **(4 ptos)**. Las puntuaciones intermedias son:

**(3 ptos)** Discusión:

- (1 pto) Calcular  $rg(B)$ .
- (1 pto) Calcular rango de matriz ampliada.
- (1 pto) Valor de  $m$  que hace incompatible el sistema (0,5 ptos) y valores de  $m$  para SCD (0,5 ptos).

**(4 ptos)** Resolución:

**Método de Gauss:**

- (1 pto) Escalonar las matrices.
- (3 ptos) Obtener la solución (1 pto determinar el valor de cada incógnita).

**Regla de Cramer:**

- (1 pto) Plantear la solución aplicando la regla de Cramer.
- (3 ptos) Obtener la solución por determinantes (1 pto determinar el valor de cada incógnita).

### Ejercicio 2

a) **(8 puntos)**

- i. **(1 pto)** Definir las variables de decisión y la función objetivo.
- ii. **(1 pto)** Definir las restricciones del enunciado (0,25 ptos cada una) y la condición de no negatividad de las variables  $x, y \geq 0$  (0,25 ptos).
- iii. **(3 ptos)** Representar cada una de las cinco restricciones (0,5 ptos cada una) y la intersección de todas ellas (0,5 ptos).

Para evaluar el cálculo de la solución óptima (aunque sea a partir de un planteamiento erróneo, siempre que no dé lugar a un problema mucho más sencillo que el original) se procederá como sigue:

Si se ha optado por evaluar la función objetivo en los vértices:

- i. **(1,5 ptos)** Calcular las coordenadas de los vértices (cada vértice 0,3 ptos).
- ii. **(1 pto)** Evaluar la función objetivo en los vértices (cada vértice 0,2 ptos).
- iii. **(0,5 ptos)** Determinar el vértice donde se alcanza el mínimo (0,25 ptos) y su valor (0,25 ptos).

Si se ha optado por curvas de nivel:

- i. **(2 pts)** Representar dos rectas de nivel e identificar la dirección de crecimiento (la primera recta 1 pto, la paralela 0,5 pts, identificar la dirección de mejora 0,5 pts).
  - ii. **(0,5 pts)** Razonar gráficamente el vértice solución.
  - iii. **(0,5 pts)** Determinar analíticamente el mínimo (0,25 pts) y su valor (0,25 pts).
- b) (2 puntos)** El razonamiento (**1 pto**) y la respuesta correcta (**1 pto**).

### Ejercicio 3

**a) (3 puntos)**

- i. **(2 pts)** Se valorará con (1 pto) el cálculo de los límites laterales y valor de  $f(0)$  y (1 pto) concluir que es continua en  $x = 0$  a partir del análisis anterior.
- ii. **(1 pto)** La continuidad en el resto de la recta real.

**b) (3 puntos)** Las puntuaciones intermedias son: hallar la derivada de  $f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x$  (0,5 pts), puntos críticos (0,5 pts). Calcular la coordenada  $x$  del mínimo absoluto (1 pto) y las coordenadas de los dos máximos (0,5 pts cada uno). Si sólo han calculado los extremos relativos se calificará con 0,75 pts el mínimo y 0,75 pts el máximo.

**c) (1 punto)** No se ofrecen calificaciones intermedias.

**d) (3 puntos)**

- i. **(1,5 pts)** Cálculo de primitivas (0,5 pts cada sumando).
- ii. **(1,5 pts)** Aplicar la Regla de Barrow y llegar al resultado (0,5 pts cada sumando).

### Ejercicio 4

**a) (4 puntos)** Dominio (0,5 pts), estudio de asíntotas horizontales (0,75 pts), estudio de asíntotas verticales (0,75 pts). Estudio de asíntotas oblicuas (1 pto para el término  $m$  y 1 pto para  $n$ ).

**b) (6 puntos)** Calcular  $f'(x)$  (2 pts), calcular los puntos críticos (1 pto) y analizar el carácter de los puntos críticos (1,5 pts cada uno).

### Ejercicio 5

Para obtener la máxima calificación no se necesita tanto detalle como aparece en la pauta de corrección. La falta de notación puede ser sustituida por la explicación, diagramas o tablas.

**a) (3 puntos)**

- i. **(1 pto)** Definir los sucesos que intervienen en el enunciado:  $A =$  examen corregido por Alvarado,  $B =$  examen corregido por Benítez,  $C =$  examen corregido por Cadiñanos.
- ii. **(1 pto)** Identificar que hay que aplicar el teorema de la probabilidad total y extraer del enunciado las probabilidades.
- iii. **(1 pto)** Aplicar la fórmula y obtener el resultado.

**b) (3 puntos)**

- i. **(1 pto)** Expresar la probabilidad a calcular como  $P(B/M)$ .
- ii. **(1 pto)** Identificar que hay que aplicar el teorema de Bayes y extraer del enunciado los datos.
- iii. **(1 pto)** Aplicar la fórmula y obtener el resultado.

**c) (4 puntos)**

- i. **(1 pto)** Identificar que hay que calcular  $P(A/M)$ ,  $P(C/M)$  y comparar el valor con  $P(B/M)$ .
- ii. **(2 pts)** Calcular  $P(A/M)$ ,  $P(C/M)$  (1 pto cada una).
- iii. **(1 pto)** Comparar resultados y concluir.

### Ejercicio 6

**a) (6 puntos)**

- i. **(1,5 pts)** Saber qué cuantil buscar.
- ii. **(1,5 pts)** Calcularlo.
- iii. **(3 pts)** Poner la fórmula del error (1,5 pts). Sustituir y calcular  $n$  (1,5 pts).

Si se deja el valor  $n$  no entero o se toma el anterior en vez del posterior, se restan 0,5 pts.

**b) (4 puntos)**

- i. **(1,5 pts)** Calcular  $\hat{p}$ ,  $\hat{q}$ .
- ii. **(1 pto)** Calcular  $Z_{\frac{\alpha}{2}} \sqrt{\frac{\hat{p} \hat{q}}{n}}$  (error o semiamplitud del intervalo). En esta parte se dará como correcto el cuantil del apartado a.-, aunque no lo sea.
- iii. **(1,5 pts)** Poner la fórmula del intervalo de confianza y calcularlo.