

PUNTUACIÓN QUE SE OTORGARÁ A ESTE EJERCICIO: (véanse las distintas partes del examen)

El estudiante responderá, como máximo, a tres de las seis preguntas propuestas. Si se realizan más de tres ejercicios sólo se corregirán los tres primeros que aparezcan en el tríptico y, para evitar confusiones, se recomienda numerarlo. La nota final será el resultado de sumar las puntuaciones obtenidas en las preguntas realizadas y dividir dicha suma para tres.

1.- (10 puntos) Dado el sistema lineal:
$$\left. \begin{array}{l} (m+1)x = m-2 \\ 2x + y = -3 \\ 3x - 2y + mz = -8 \end{array} \right\} \cdot \text{Se pide:}$$

- a.- (3 puntos) Exprese el sistema anterior en forma matricial ($AX = B$) y determine el valor(es) del parámetro m para que el sistema sea compatible determinado.
- b.- (3 puntos) ¿Existe algún valor del valor del parámetro m para que el sistema sea compatible indeterminado? En caso afirmativo, resuelva el sistema.
- c.- (4 puntos) Para $m = 1$, calcule $X = A^{-1}B$, siendo A, B las matrices del apartado a.-.

2.- (10 puntos) Fernanda dispone de 10.000 euros para invertir. Le han recomendado dos productos que en el último año tuvieron buenos resultados: criptomonedas y fondos de inversión garantizados. Por lo que ha leído en la prensa espera que la rentabilidad anual de las criptomonedas sea del 30% y la de los fondos de inversión sea del 5%. Para que la inversión no sea demasiado arriesgada quiere invertir en fondos tanto o más que en criptomonedas y además, le aconsejan invertir en criptomonedas un máximo de 3.000 euros y un mínimo de 1.000€.

- a.- (3 puntos) Plantee un problema de programación lineal que permita determinar cómo debe invertir Fernanda sus ahorros para obtener la máxima rentabilidad.
- b.- (5 puntos) Resuelva el problema y calcule la rentabilidad máxima conseguida con la inversión.
- c.- (2 puntos) Su gestor le dice que por la coyuntura económica actual el riesgo de inversión es del 35% para las criptomonedas y 0% para los fondos. Si Fernanda quisiera minimizar el riesgo de la inversión, justifica si invertir 1.000 euros en criptomonedas y 5.000 en fondos es una solución óptima (con las restricciones del enunciado).

3.- (10 puntos) Dada $f(x) = 50 + \frac{1}{100}(1-x) + \frac{1}{1-x}$. Se pide:

- a.- (2 puntos) Calcule el dominio y, si existen, las asíntotas verticales y horizontales.
- b.- (5 puntos) Razone que $f(x)$ tiene dos extremos relativos, uno mínimo y otro máximo ¿El valor en el mínimo de la función es mayor o menor que el valor en el máximo?
- c.- (3 puntos) Supongamos que x representa el precio de venta de un kg de solomillo según la época del año, $x \in [5, 21]$ euros por kilo, y $f(x)$ el ingreso diario de un mayorista (en cientos de euros) por la venta del producto ¿A qué precio debe vender para obtener el máximo ingreso? ¿A cuántos euros asciende dicho ingreso máximo?

4.- (10 puntos) La primera derivada de una cierta función es $f'(x) = x(x-1)^2$.

- a.- (3 puntos) ¿En qué intervalo $f(x)$ es creciente? y ¿decreciente? Calcule los extremos relativos.
- b.- (4 puntos) ¿En qué intervalo es cóncava la gráfica de $f(x)$? ¿y convexa? Calcule los puntos de inflexión de $f(x)$.
- c.- (3 puntos) Determine $f(x)$ sabiendo que $f(0) = 10$.

5.- (10 puntos) Responda a las siguientes cuestiones:

a.- (7 puntos) Una aseguradora ha lanzado seguros multidispositivos a jóvenes para contingencias de hurtos, roturas, daños, etc. de patinetes, teléfonos móviles y ordenadores portátiles. Los seguros de patinetes suponen el 40% de su cartera, los móviles representan el 45% y los portátiles el resto de su cartera. La compañía conoce que un 51% de patinetes, un 40% de teléfonos móviles y un 9% de ordenadores dan lugar a un parte de siniestro.

a.1 (2 puntos) Calcule la probabilidad de que se comunique un parte de siniestro.

a.2 (2 puntos) Si llegara un parte de siniestro, calcule la probabilidad de haber sido una contingencia por un teléfono móvil.

a.3 (3 puntos) Si llegara un parte de siniestro, ¿cuál de los tres dispositivos es más probable que haya causado la contingencia?

b.- (3 puntos) En una ciudad se ha encuestado a 100 personas preguntándoles si tenían contratado algún seguro para su teléfono móvil. Se obtuvo como resultado que 15 personas tenían contratado este tipo de seguro. Determine un intervalo de confianza al 96% para la proporción de personas de esa ciudad que tienen contratado un seguro para su móvil.

6.- (10 puntos) El tiempo de espera para recibir en casa «tu compra en pocos minutos» se distribuye según una distribución normal de varianza 16 minutos.

a.- (3 puntos) Si la media para el tiempo de espera fuera de 12 minutos, ¿cuál sería la probabilidad de que la media de 7 pedidos fuese de más de 10 minutos?

b.- (4 puntos) Si la media obtenida a partir de una muestra aleatoria de 49 encargos fue de 12 minutos, calcule un intervalo de confianza para la media poblacional, con un nivel de confianza del 97%.

c.- (3 puntos) Con datos de 16 encargos se ha calculado el intervalo de confianza (9,7; 13,5) minutos para el tiempo medio en recibir el pedido. Determine el nivel de confianza de ese intervalo.

k	0,00	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09	k
0,0	0,5000	0,5040	0,5080	0,5120	0,5160	0,5199	0,5239	0,5279	0,5319	0,5359	0,0
0,1	0,5398	0,5438	0,5478	0,5517	0,5557	0,5596	0,5636	0,5675	0,5714	0,5753	0,1
0,2	0,5793	0,5832	0,5871	0,5910	0,5948	0,5987	0,6026	0,6064	0,6103	0,6141	0,2
0,3	0,6179	0,6217	0,6255	0,6293	0,6331	0,6368	0,6406	0,6443	0,6480	0,6517	0,3
0,4	0,6554	0,6591	0,6628	0,6664	0,6700	0,6736	0,6772	0,6808	0,6844	0,6879	0,4
0,5	0,6915	0,6950	0,6985	0,7019	0,7054	0,7088	0,7123	0,7157	0,7190	0,7224	0,5
0,6	0,7257	0,7291	0,7324	0,7357	0,7389	0,7422	0,7454	0,7486	0,7517	0,7549	0,6
0,7	0,7580	0,7611	0,7642	0,7673	0,7704	0,7734	0,7764	0,7794	0,7823	0,7852	0,7
0,8	0,7881	0,7910	0,7939	0,7967	0,7995	0,8023	0,8051	0,8078	0,8106	0,8133	0,8
0,9	0,8159	0,8186	0,8212	0,8238	0,8264	0,8289	0,8315	0,8340	0,8365	0,8389	0,9
1,0	0,8413	0,8438	0,8461	0,8485	0,8508	0,8531	0,8554	0,8577	0,8599	0,8621	1,0
1,1	0,8643	0,8665	0,8686	0,8708	0,8729	0,8749	0,8770	0,8790	0,8810	0,8830	1,1
1,2	0,8849	0,8869	0,8888	0,8907	0,8925	0,8944	0,8962	0,8980	0,8997	0,9015	1,2
1,3	0,9032	0,9049	0,9066	0,9082	0,9099	0,9115	0,9131	0,9147	0,9162	0,9177	1,3
1,4	0,9192	0,9207	0,9222	0,9236	0,9251	0,9265	0,9279	0,9292	0,9306	0,9319	1,4
1,5	0,9332	0,9345	0,9357	0,9370	0,9382	0,9394	0,9406	0,9418	0,9429	0,9441	1,5
1,6	0,9452	0,9463	0,9474	0,9484	0,9495	0,9505	0,9515	0,9525	0,9535	0,9545	1,6
1,7	0,9554	0,9564	0,9573	0,9582	0,9591	0,9599	0,9608	0,9616	0,9625	0,9633	1,7
1,8	0,9641	0,9649	0,9656	0,9664	0,9671	0,9678	0,9686	0,9693	0,9699	0,9706	1,8
1,9	0,9713	0,9719	0,9726	0,9732	0,9738	0,9744	0,9750	0,9756	0,9761	0,9767	1,9
2,0	0,9772	0,9778	0,9783	0,9788	0,9793	0,9798	0,9803	0,9808	0,9812	0,9817	2,0
2,1	0,9821	0,9826	0,9830	0,9834	0,9838	0,9842	0,9846	0,9850	0,9854	0,9857	2,1
2,2	0,9861	0,9864	0,9868	0,9871	0,9875	0,9878	0,9881	0,9884	0,9887	0,9890	2,2
2,3	0,9893	0,9896	0,9898	0,9901	0,9904	0,9906	0,9909	0,9911	0,9913	0,9916	2,3
2,4	0,9918	0,9920	0,9922	0,9925	0,9927	0,9929	0,9931	0,9932	0,9934	0,9936	2,4
2,5	0,9938	0,9940	0,9941	0,9943	0,9945	0,9946	0,9948	0,9949	0,9951	0,9952	2,5
2,6	0,9953	0,9955	0,9956	0,9957	0,9959	0,9960	0,9961	0,9962	0,9963	0,9964	2,6
2,7	0,9965	0,9966	0,9967	0,9968	0,9969	0,9970	0,9971	0,9972	0,9973	0,9974	2,7
2,8	0,9974	0,9975	0,9976	0,9977	0,9977	0,9978	0,9979	0,9979	0,9980	0,9981	2,8
2,9	0,9981	0,9982	0,9982	0,9983	0,9984	0,9984	0,9985	0,9985	0,9986	0,9986	2,9
3,0	0,9987	0,9987	0,9987	0,9988	0,9988	0,9989	0,9989	0,9989	0,9990	0,9990	3,0
3,1	0,9990	0,9991	0,9991	0,9991	0,9992	0,9992	0,9992	0,9992	0,9993	0,9993	3,1
3,2	0,9993	0,9993	0,9994	0,9994	0,9994	0,9994	0,9994	0,9995	0,9995	0,9995	3,2
3,3	0,9995	0,9995	0,9995	0,9996	0,9996	0,9996	0,9996	0,9996	0,9996	0,9997	3,3
3,4	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9998	3,4
3,5	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	3,5
3,6	0,9998	0,9998	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	3,6

NOTA: En la tabla figuran los valores de $P(Z \leq k)$ para una distribución normal de media 0 y desviación típica 1. Si no encuentra el valor en la tabla, elija el más próximo y en el caso de que los valores por exceso y por defecto sean iguales considere la media aritmética de los valores correspondientes.

CRITERIOS ESPECÍFICOS DE CORRECCIÓN

CUESTIONES GENERALES

- En los criterios de evaluación se dan las puntuaciones para las distintas fases de realización de los ejercicios. En algunos ejercicios en los que hay más de una manera de resolverlos se dan criterios dependiendo de cada forma de resolución; aun así, puede haber otras formas de resolver los problemas que no estén contempladas en los criterios expuestos. En este caso queda a criterio del corrector la forma de puntuar el ejercicio.
- En todo caso, debe darse por válida cualquier forma de resolución de los ejercicios, siempre que sea correcta y esté suficientemente razonada, por inusual o larga que sea.
- Como regla general, un pequeño error puntual de cuentas se penalizará con 0,1 pts. Si el error se produce en un paso intermedio, el resto del ejercicio se corregirá dando como válido el valor (erróneo) obtenido por el estudiante y no se le penalizará por ello en el resto del ejercicio, a no ser que el error dé lugar a un ejercicio significativamente más sencillo que el original, en cuyo caso la puntuación queda a criterio del corrector.

Ejercicio 1

- a) **(3 puntos)** Expresar en forma matricial (1 pto), calcular el rango según los valores del parámetro (1 pto), y determinar los valores de m para que el sistema sea compatible determinado (1 pto).
- b) **(3 puntos)** Determinar el valor del parámetro para que el sistema sea compatible indeterminado (1 pto) y calcular la solución (2 pts).
- c) **(4 puntos)** Calcular A^{-1} (3 pts) y, dando por válido el resultado obtenido, calcular $A^{-1}B$ (1 pto). Las puntuaciones intermedias para el cálculo de la inversa serán:
- Si se ha calculado haciendo operaciones elementales (0,75 pts cada operación elemental). Un fallo en la operación elemental se penaliza con 0,5 pts, dos con 1 pto, tres con 1,5 pts y más de tres errores no se puntúa nada.
 - Si se ha calculado aplicando la fórmula $A^{-1} = \frac{1}{|A|} (\text{Adj}(A))^t$; $\text{Adj}(A)$ (2 pts), traspuesta y llegar al resultado (1 pto). Un fallo se penaliza con 0,5 pts, dos con 1 pto, tres con 1,5 pts y más de tres errores no se puntúa nada.

Ejercicio 2

- a) **(3 puntos)** Definir las variables de decisión (0,25 pts), la función objetivo (0,5 pts), definir las cuatro restricciones del enunciado (2 pts=0,5*4) y la condición de no negatividad de las variables $x, y \geq 0$ (0,25 pts).
- b) **(5 puntos)** Representar la región factible (0,5 pts por cada una de las cuatro restricciones y 1 pto por la intersección de todas ellas). Para evaluar el cálculo de la solución óptima (aunque sea a partir de un planteamiento erróneo, siempre que no dé lugar a un problema mucho más sencillo que el original) se procederá como sigue:
- Si se ha optado por evaluar la función objetivo en los vértices: calcular las coordenadas de los vértices (1 pto; cada vértice 0,25*4), evaluar la función objetivo en los vértices (0,4 pts= 0,1*4), determinar el vértice donde se alcanza el máximo (0,3 pts) y su valor (0,3 pts).
 - Si se ha optado por curvas de nivel: representar dos rectas de nivel e identificar la dirección de crecimiento (la primera recta 0,6 pts, una paralela 0,4 pts, identificar la dirección de mejora 0,3 pts) y razonar gráficamente el vértice solución (0,3 pts). Determinar analíticamente las coordenadas del máximo (0,2 pts) y su valor (0,2 pts).
- c) **(2 puntos)** Evaluar la función objetivo en los vértices (0,4 pts = 0,1*4), concluir que la mínima rentabilidad se obtiene en dos vértices de la región factible (0,6 pts). Expresar que la solución indicada en el enunciado pertenece al segmento rectilíneo que une los vértices anteriores y concluir (1 pto).

Ejercicio 3

- a) **(2 puntos)** Dominio (0,5 ptos), estudio de asíntotas verticales (1 pto), asíntotas horizontales (0,5 ptos).
- b) **(5 puntos)** Calcular $f'(x)$ (1 pto), calcular los puntos críticos (2 ptos) y analizar el carácter de los puntos críticos (1 pto, 0,5*2 ptos cada uno). Responder a la pregunta (1 pto).
- c) **(3 puntos)** Candidatos a máximos absolutos y cálculo del valor de la función objetivo en ellos (2 ptos), concluir el precio de venta (0,5 ptos) y el ingreso máximo (0,5 ptos).

Ejercicio 4

- a) **(3 puntos)** Estudiar el crecimiento y decrecimiento (1,5 ptos), puntos críticos (0,5 ptos), caracterizar el extremo (1 pto).
- b) **(4 puntos)** Calcular la derivada segunda (1,5 ptos), concavidad-convexidad (1,5 ptos). Conocida la diferencia de criterio de este concepto entre los libros de texto, los estudiantes deben señalar la caracterización utilizada. Puntos de inflexión (1 pto).
- c) **(3 puntos)** Expresar el integrando como suma de integrales inmediatas (1 pto), cálculo de primitivas (1,5 ptos; 0,5 ptos cada sumando). Calcular el valor de la constante y sustituir (0,5 ptos).

Ejercicio 5

Para obtener la máxima calificación no se necesita tanto detalle como aparece en la pauta de corrección. La falta de notación puede ser sustituida por la explicación, diagramas o tablas.

a) (7 puntos)

a.1 (2 puntos) Definir los sucesos que intervienen en el enunciado: S = Parte de siniestro, A = Seguro de patinete, B = Seguro de teléfono móvil, C = Seguro de ordenador portátil (0,5 ptos). Identificar que hay que aplicar el teorema de la probabilidad total y extraer del enunciado las probabilidades (0,5 ptos). Aplicar la fórmula y obtener el resultado (1 pto).

a.2 (2 puntos) Expresar la probabilidad a calcular como $P(B/S)$ (0,5 ptos). Identificar que hay que aplicar el teorema de Bayes y extraer del enunciado los datos (0,5 ptos). Aplicar la fórmula y obtener el resultado (1 pto).

a.3 (3 puntos) Calcular $P(A/S)$ (1 pto), $P(C/S)$ (1 pto). Comparar resultados y concluir (1 pto).

- b) **(3 puntos)** Saber qué cuantil buscar y calcularlo (1,5 ptos). Poner la fórmula del error, sustituir y calcularlo (1 pto). Determinar el intervalo de confianza (0,5 ptos).

Ejercicio 6

- a) **(3 puntos)** Indicar los parámetros de la distribución de la variable aleatoria solicitada (0,5 ptos). Expresar la probabilidad a calcular $P(\bar{X} > 10)$ y tipificar (1 pto). Calcular la probabilidad solicitada (1,5 ptos).
- b) **(4 puntos)** Saber qué cuantil buscar y calcularlo (1,5 ptos). Poner la fórmula de error, sustituir y calcular (1,5 ptos). Poner la fórmula del intervalo de confianza y calcularlo (1 pto).
- c) **(3 puntos)** Calcular la amplitud o error del intervalo (1 pto), calcular $Z_{\alpha/2}$ (1 pto), calcular $\frac{\alpha}{2}$ (0,5 ptos) y calcular el nivel de confianza (0,5 ptos).

Si trabajan con la varianza (en lugar de σ) y el resto de los cálculos son correctos, la penalización será de 2 puntos sobre 10.