

PUNTUACIÓN QUE SE OTORGARÁ A ESTE EJERCICIO: (véanse las distintas partes del examen)

En total el examen consta de 10 preguntas optativas del mismo valor, de las que el/la estudiante deberá elegir un máximo de 5 preguntas, cualesquiera de ellas. Cada pregunta vale 2 puntos en total y puede contener distintos apartados, cuyas puntuaciones se indican.

El/la estudiante debe indicar claramente, en la primera página del tríptico, cuáles han sido las 5 preguntas elegidas. (Si no se indica, y se han respondido más de 5 preguntas, sólo se corregirán las 5 preguntas que se han respondido en primer lugar).

Justifica los pasos realizados para llegar a la solución obtenida.

1. Dada la siguiente función

$$f(x) = \begin{cases} a - \cos(x) & x \leq 0 \\ x^2 - b \operatorname{sen}\left(x + \frac{\pi}{2}\right) & x > 0 \end{cases}, \quad a, b \in \mathbb{R}.$$

(a) (1 punto) Estudia su continuidad en \mathbb{R} según los valores de a y b .

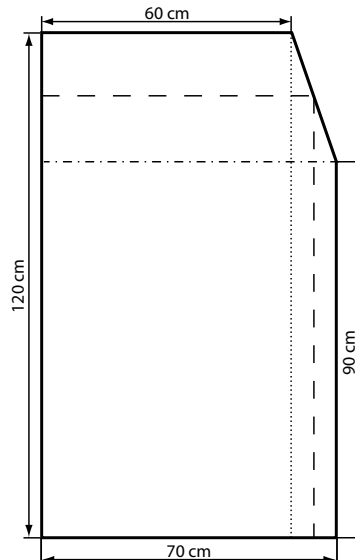
(b) (1 punto) Para $a = 1$, calcula el valor de b para que, en el punto con $x = \frac{\pi}{2}$, la función tenga la recta tangente $y = \frac{\pi}{2}x$.

2. Estudia la existencia del siguiente límite y calcúlalo en caso de existir:

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x-2) \cdot (3x^5 + 5x^4 - 7x^3 + 2x^2 - x + 3) + 2}{3 - (x^2 - 4) \cdot \sqrt{\operatorname{sen}(2x^2) + (\cos(x))^2} + \log(x+5)}.$$

3. Calcula el área encerrada por las gráficas de las funciones $f(x) = x+6$ y $g(x) = \begin{cases} -2x & \text{si } x < 0 \\ x^2 & \text{si } x \geq 0 \end{cases}$.

4. En una cristalería, a un cristal rectangular de 120 centímetros de alto y 70 centímetros de ancho se le ha cortado por error la esquina superior derecha como se ve en el dibujo. Quieren recortar dicho cristal nuevamente de forma rectangular, de modo que la superficie sea la máxima posible haciendo como máximo dos cortes. ¿Cuáles serán las dimensiones del nuevo cristal rectangular recortado?



5. De una matriz B sabemos que cumple

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ -7 & -8 & -9 \end{pmatrix} \cdot B = I_3 - \begin{pmatrix} 10 & 11 & 12 \\ 7 & 9 & 9 \\ -4 & -5 & -7 \end{pmatrix} \cdot B,$$

donde I_3 es la matriz identidad de orden 3. Estudia si la matriz B tiene inversa. En caso afirmativo, calcula la inversa de B .

6. Dadas las siguientes matrices

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & m & m \\ 4 & 4 & 2m \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 3 \\ 5 \\ 12 \end{pmatrix}, \quad m \in \mathbb{R}.$$

(a) (1,2 puntos) Analiza el rango de la matriz A según los valores de $m \in \mathbb{R}$.

(b) (0,8 puntos) Resuelve el sistema $A \cdot X = B$ para el valor $m = 2$.

7. En un laboratorio de una empresa farmacéutica se fabrican tres tipos de medicamentos, M_1 , M_2 y M_3 , a partir de tres principios activos, A_1 , A_2 y A_3 , distintos. En la siguiente tabla se reflejan los miligramos de principio activo necesarios para fabricar un gramo de cada medicamento:

	mg de A_1	mg de A_2	mg de A_3
para 1g de M_1	10	10	20
para 1g de M_2	10	20	30
para 1g de M_3	20	30	50

En dicho laboratorio se dispone actualmente de 70 gramos del activo A_1 , 90 gramos del activo A_2 y 160 gramos del activo A_3 . Se va a cerrar por vacaciones y la empresa quiere no dejar principios activos en el laboratorio. ¿Es posible utilizar la cantidad total exacta disponible de principios activos del laboratorio fabricando los medicamentos M_1 , M_2 y M_3 ? En caso afirmativo, ¿qué cantidades de cada medicamento podrá fabricar el laboratorio con dichos principios activos?

8. Halla la ecuación de un plano que es perpendicular a la recta dada por los planos $\begin{cases} 2x + y - z = 0 \\ x - y + z = -3 \end{cases}$ y además pasa por el punto $(3, 2, 1)$.

9. Sean $A(1, 2, 3)$, $B(1, 0, -1)$ y $C(2, 2, 2)$ tres puntos en el espacio y \vec{v}_1 el vector que va de A a B ; \vec{v}_2 el vector que va de B a C y \vec{v}_3 el vector que va de C a A .

(a) (1 punto) Estudia si los vectores \vec{v}_1 , \vec{v}_2 y \vec{v}_3 son linealmente independientes.

(b) (1 punto) Calcula el área del triángulo cuyos vértices son A , B , C .

10. El 84 % de los exámenes de Matemáticas II de la fase genérica en la convocatoria ordinaria de la EvAU en 2022 en Aragón obtuvieron una nota mayor o igual a 5.

(a) (0,8 puntos) Si seleccionamos aleatoriamente 15 de aquellos exámenes, ¿cuál es la probabilidad de que exactamente 2 tengan una nota inferior a 5?

(b) (1,2 puntos) Con los 15 exámenes anteriores, ¿es más probable que menos de 2 exámenes tengan nota inferior a 5 o que más de 2 exámenes tengan nota inferior a 5?

CRITERIOS ESPECÍFICOS DE CORRECCIÓN

CUESTIONES GENERALES

Como norma general se valorará positivamente la exposición lógica, ordenada y coherente de las respuestas.

Si en el desarrollo de un problema se detecta un error numérico, que no sea manifiestamente inconsistente con la cuestión, y el desarrollo posterior es coherente con dicho error, no se debe dar especial relevancia a éste, siempre y cuando el problema no haya quedado reducido a uno trivial o el resultado sea inconsistente de forma evidente con el problema a resolver.

En determinados apartados se dan puntuaciones para la solución por alguno de los métodos más habituales. En todo caso, la resolución de un apartado utilizando un método distinto otorgará la puntuación máxima, siempre que el método sea correcto y lo sea también su solución.

De acuerdo con las normas generales que aparecen en la información pública, los correctores pueden bonificar hasta con un máximo de un punto, el buen uso de la lengua o el desarrollo técnico de los ejercicios.

1. (2 puntos)
 - a. (1 punto) Aplicación de la definición de continuidad correctamente en todo el dominio. Si sólo se centra en el 0 para calcular los valores de "a" y "b" y no indica la continuidad en el resto del dominio se penalizará con 0,4 puntos.
 - b. (1 punto) Debe comprobar que el valor de "b" obtenida proporciona la ecuación de la recta tangente dada y no contentarse con obtener "b" para que sólo la pendiente o sólo el término independiente dé el valor correcto. En caso contrario, se penalizará con 0,4 puntos.
2. (2 puntos) Los pasos en el cálculo del límite deben estar claros y justificarse. Y la calificación debe tenerlos en cuenta. Por ejemplo, no es suficiente con decir que $(x-2)$ tiende a 0 cuando x tiende a 2 para justificar que el numerador tiende a 2. Si se da el valor de $2/3$ como respuesta sin justificar (ver comentarios anteriores), la nota será 0,5 puntos. Por errores leves se podrá descontar hasta 0,25 puntos.
3. (2 puntos) Planteamiento de la integral como diferencia de funciones con los límites correctos (y separada en dos partes adecuadas) 1 punto. Si las primitivas están bien serán 0,5 puntos. No se consideran más puntuaciones intermedias.
4. (2 puntos) Obtención de la relación entre x e y a partir del enunciado, 0,6 puntos. Expresión correcta del área a maximizar en función de una sola variable, 0,2 puntos. Derivada del área, 0,3 puntos. Estudio del signo de la derivada en el intervalo de interés, 0,5 puntos. Conclusión sobre las dimensiones del rectángulo de área máxima, 0,4 puntos. Si faltan las unidades o no son correctas, penalizará 0,2 puntos.
5. (2 puntos) Llegar a la ecuación $M \cdot B = I_3$, 0,3 puntos. Justificar a partir de esa ecuación que la matriz B es regular (con cualquier razonamiento que sea correcto), 0,7 puntos. Razonar que la matriz M es la inversa de B (y por tanto la respuesta), 1 punto. Si, en lugar del camino directo, se despeja B y, a partir de B , se calcula la inversa de B , por calcular B , 0,5 puntos. Si hay algún error leve de cálculo se podrá descontar un máximo de 0,2 puntos. Si los errores de cálculo son reiterativos, se podrá descontar hasta 0,6 puntos. Si se obtiene una inversa claramente singular, se penalizará 1 punto.
6. (2 puntos)
 - a. (1,2 puntos) Si se aplica Gauss y se llega a la matriz escalonada 0,6. Si no se diferencian los casos $m \neq 1, 2$, se penalizará 0,4 puntos. Si se trabaja con menores, el cálculo del determinante 0,4. Valores de m con rango 3, 0,2 puntos. Encontrar un menor de orden 2 para justificar el rango 2 en el caso $m = 1$, y en el caso $m = 2$ 0,3 puntos para cada uno.
 - b. (0,8 puntos) Si la solución obtenida no queda dependiente de un parámetro, la nota máxima (en función del proceso realizado) será 0,3 puntos. Si hay algún error leve de cálculo se podrá descontar un máximo de 0,2 puntos.
7. (2 puntos) Planteamiento del sistema a resolver, 0,5 puntos. Comprobar que el sistema es compatible y contestar a la primera pregunta, 0,5 puntos. Resolver el sistema y contestar a la segunda pregunta, 1 punto. No dar la respuesta final con las unidades correctas se penalizará 0,2 puntos. No especificar el rango del parámetro libre en la respuesta de la segunda pregunta se penalizará 0,3 puntos. Si hay algún error leve de cálculo se podrá descontar un máximo de 0,2 puntos.
8. (2 puntos) Si obtienen el vector director del plano, serán 1,25 puntos. Errores leves y aislados se descontará un máximo de 0,25 puntos.

9. (2 puntos)

- a.** (1 punto) Se puede justificar sin cálculos usando que los tres vectores están contenidos en el plano definido por los tres puntos A, B y C. Sería el punto completo. Si se calculan los vectores v_i y se estudia su independencia, por el cálculo de los tres vectores, 0,2 puntos; por el análisis adecuado del rango de la matriz correspondiente, 0,6 puntos; por la respuesta final razonada, 0,2 puntos.
- b.** (1 punto) Si falta dividir por 2 en la fórmula del área, se penalizará con 0,2 puntos. Si hay algún error leve de cálculo se podrá descontar un máximo de 0,2 puntos. Si la respuesta no es un número positivo, la puntuación será 0.

10. (2 puntos)

- a.** (0,8 puntos) Si responde sin ninguna justificación, no será valorado. Se podrá descontar 0,2 por algún error leve de cálculo siempre que la respuesta sea coherente con el resultado obtenido. Debe contestarse en probabilidad. Si no se da la probabilidad, se descontará 0,2 puntos.
- b.** (1,2 puntos) Si responde sin ninguna justificación, no será valorado. Cálculo de la probabilidad de que menos de dos exámenes tengan nota inferior a 5, 0,6 puntos. Cálculo de la probabilidad de que más de dos exámenes tengan nota inferior a 5, 0,6 puntos. Se podrá descontar 0,2 puntos por algún error leve de cálculo siempre que la respuesta sea coherente con el resultado obtenido. Debe contestarse en probabilidad. Si no se da la probabilidad, se descontará 0,2 puntos.