

PUNTUACIÓN QUE SE OTORGARÁ A ESTE EJERCICIO: (véanse las distintas partes del examen)

El estudiante responderá, como máximo, a tres de las seis preguntas propuestas. En caso de realizar más de tres ejercicios, únicamente se corregirán los tres primeros que aparezcan en el tríptico y, para evitar confusiones, se recomienda numerarlo. La nota final se calculará sumando las puntuaciones obtenidas en las preguntas realizadas y dividiendo dicha suma por tres.

1.- (10 puntos) Responda a las siguientes cuestiones:

a.- (5 puntos) Determine el orden de la matriz  $X$  para que la ecuación matricial  $A X + 3 B = C$  esté bien planteada, siendo  $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix}$  y  $C = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 2 \\ -1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$ . Resuelva la ecuación matricial despejando previamente  $X$ .

b.- (5 puntos) Un pueblo necesita recaudar fondos para combatir una plaga de termitas y han decidido financiar parte del tratamiento mediante la venta de participaciones para el sorteo de Lotería del 22 de diciembre. Ofrecen tres tipos de participaciones: de 10 euros, de 25 euros y de 5 euros. Se sabe que han vendido la mitad de participaciones de 10 euros que de 25 euros; en total, han recaudado 7.100 € y han vendido 430 participaciones. Utilizando técnicas matriciales, determine la cantidad de participaciones vendidas de cada tipo. Con una ganancia de 2,50 € por cada participación de 10 €, de 5 euros por cada participación de 25 € y de 1 € por cada participación de 5 €, ¿a cuánto asciende la ganancia total?

2.- (10 puntos) Una empresa produce dos productos,  $A$  y  $B$ , con ganancias de 30 € y 40 € por unidad producida, respectivamente. La producción de  $A$  requiere 3 horas de mano de obra y 2 unidades de material, mientras que la producción de  $B$  requiere 2 horas de mano de obra y 3 unidades de material. Los recursos disponibles son 150 horas de mano de obra y 150 unidades de material. Además, debido a requisitos de distribución, se establece que la producción total debe ser mayor o igual a 20 unidades entre ambos productos.

a.- (8 puntos) Plantee y resuelva un problema que permita determinar el número de unidades de cada tipo que deben producirse para maximizar la ganancia total y a cuánto ascendería dicha ganancia.

b.- (2 puntos) Considerando la región factible del apartado a.- y una nueva función objetivo dada por:  $\max f(x, y) = 30x + by$ , donde  $b$  es un valor desconocido. Razone que  $(40, 40)$  no puede ser solución óptima del nuevo problema. Análogo con  $(20, 20)$ .

3.- (10 puntos) Dada la función  $f(x) = x^3 - 9x^2 + 40x + 50$ ,  $0 \leq x \leq 8$ .

a.- (4 puntos) Calcule el valor máximo y mínimo de  $f(x)$  cuando  $x \in [0, 8]$  y la abscisa donde se obtienen dichos valores, especificando si se corresponde con extremos relativos y/o absolutos.

b.- (3 puntos) ¿ $f(x)$  tiene algún punto de inflexión? Analice la concavidad y convexidad de  $f(x)$ .

c.- (3 puntos) Calcule  $\int_1^3 f(x) dx$ .

4.- (10 puntos) La obsolescencia tecnológica implica una disminución del valor de un producto con el tiempo. En cierto dispositivo, el valor  $V(t) > 0$ , viene dado por  $V(t) = 200 - \frac{100t}{10+2t}$  €, siendo  $t$  los años transcurridos desde la compra del dispositivo.

a.- (3 puntos) Calcule el valor inicial del producto y su valor en un horizonte infinito de tiempo.

b.- (4 puntos) Calcule  $V'(t)$  y justifique que  $V(t)$  es decreciente. Utilice esta conclusión y los resultados obtenidos en a.- para argumentar que no será posible que el valor de  $V(t)$  sea igual a 125 €.

c.- (3 puntos) ¿Cuánto tiempo tiene que pasar para que el dispositivo tenga un valor de 175 €?

5.- (10 puntos) Juan va a hacer un examen de Geografía que tiene 4 preguntas. Juan piensa que, en cada pregunta, la probabilidad que tiene de responderla correctamente es 0,7 y que cada pregunta es independiente de las demás.

- a.- (3 puntos) ¿Cuál es la probabilidad de que Juan conteste correctamente todas las preguntas?
- b.- (4 puntos) Juan aprobará el examen si contesta, al menos, 2 preguntas correctamente. ¿Cuál es la probabilidad que tiene Juan de aprobar el examen?
- c.- (3 puntos) Si Juan ha aprobado el examen, ¿cuál es la probabilidad de que lo haya hecho contestando correctamente todas las preguntas?

6.- (10 puntos) En una ciudad se presentan dos personas a la alcaldía: Rupérez y García.

- a.- (5 puntos) Se ha realizado una encuesta sobre la intención de voto, para lo cual se ha tomado una muestra aleatoria simple de 200 votantes y 120 de ellos van a votar a Rupérez, mientras que el resto votarán a García. Calcule un intervalo de confianza a nivel 98% para la proporción de votantes de la ciudad que votarán a Rupérez.
- b.- (2 puntos) El periódico de la ciudad afirma que Rupérez obtendrá un 75% de los votos. A la vista de los resultados del apartado a.-, ¿es razonable tal afirmación?
- c.- (3 puntos) Una vez realizada la votación, Rupérez ha ganado con el 62% de los votos. Si elegimos a 3 votantes con reemplazamiento, calcule la probabilidad de que al menos 1 de ellos haya votado por Rupérez.

k	0,00	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09	k
0,0	0,5000	0,5040	0,5080	0,5120	0,5160	0,5199	0,5239	0,5279	0,5319	0,5359	0,0
0,1	0,5398	0,5438	0,5478	0,5517	0,5557	0,5596	0,5636	0,5675	0,5714	0,5753	0,1
0,2	0,5793	0,5832	0,5871	0,5910	0,5948	0,5987	0,6026	0,6064	0,6103	0,6141	0,2
0,3	0,6179	0,6217	0,6255	0,6293	0,6331	0,6368	0,6406	0,6443	0,6480	0,6517	0,3
0,4	0,6554	0,6591	0,6628	0,6664	0,6700	0,6736	0,6772	0,6808	0,6844	0,6879	0,4
0,5	0,6915	0,6950	0,6985	0,7019	0,7054	0,7088	0,7123	0,7157	0,7190	0,7224	0,5
0,6	0,7257	0,7291	0,7324	0,7357	0,7389	0,7422	0,7454	0,7486	0,7517	0,7549	0,6
0,7	0,7580	0,7611	0,7642	0,7673	0,7704	0,7734	0,7764	0,7794	0,7823	0,7852	0,7
0,8	0,7881	0,7910	0,7939	0,7967	0,7995	0,8023	0,8051	0,8078	0,8106	0,8133	0,8
0,9	0,8159	0,8186	0,8212	0,8238	0,8264	0,8289	0,8315	0,8340	0,8365	0,8389	0,9
1,0	0,8413	0,8438	0,8461	0,8485	0,8508	0,8531	0,8554	0,8577	0,8599	0,8621	1,0
1,1	0,8643	0,8665	0,8686	0,8708	0,8729	0,8749	0,8770	0,8790	0,8810	0,8830	1,1
1,2	0,8849	0,8869	0,8888	0,8907	0,8925	0,8944	0,8962	0,8980	0,8997	0,9015	1,2
1,3	0,9032	0,9049	0,9066	0,9082	0,9099	0,9115	0,9131	0,9147	0,9162	0,9177	1,3
1,4	0,9192	0,9207	0,9222	0,9236	0,9251	0,9265	0,9279	0,9292	0,9306	0,9319	1,4
1,5	0,9332	0,9345	0,9357	0,9370	0,9382	0,9394	0,9406	0,9418	0,9429	0,9441	1,5
1,6	0,9452	0,9463	0,9474	0,9484	0,9495	0,9505	0,9515	0,9525	0,9535	0,9545	1,6
1,7	0,9554	0,9564	0,9573	0,9582	0,9591	0,9599	0,9608	0,9616	0,9625	0,9633	1,7
1,8	0,9641	0,9649	0,9656	0,9664	0,9671	0,9678	0,9686	0,9693	0,9699	0,9706	1,8
1,9	0,9713	0,9719	0,9726	0,9732	0,9738	0,9744	0,9750	0,9756	0,9761	0,9767	1,9
2,0	0,9772	0,9778	0,9783	0,9788	0,9793	0,9798	0,9803	0,9808	0,9812	0,9817	2,0
2,1	0,9821	0,9826	0,9830	0,9834	0,9838	0,9842	0,9846	0,9850	0,9854	0,9857	2,1
2,2	0,9861	0,9864	0,9868	0,9871	0,9875	0,9878	0,9881	0,9884	0,9887	0,9890	2,2
2,3	0,9893	0,9896	0,9898	0,9901	0,9904	0,9906	0,9909	0,9911	0,9913	0,9916	2,3
2,4	0,9918	0,9920	0,9922	0,9925	0,9927	0,9929	0,9931	0,9932	0,9934	0,9936	2,4
2,5	0,9938	0,9940	0,9941	0,9943	0,9945	0,9946	0,9948	0,9949	0,9951	0,9952	2,5
2,6	0,9953	0,9955	0,9956	0,9957	0,9959	0,9960	0,9961	0,9962	0,9963	0,9964	2,6
2,7	0,9965	0,9966	0,9967	0,9968	0,9969	0,9970	0,9971	0,9972	0,9973	0,9974	2,7
2,8	0,9974	0,9975	0,9976	0,9977	0,9977	0,9978	0,9979	0,9979	0,9980	0,9981	2,8
2,9	0,9981	0,9982	0,9982	0,9983	0,9984	0,9984	0,9985	0,9985	0,9986	0,9986	2,9
3,0	0,9987	0,9987	0,9987	0,9988	0,9988	0,9989	0,9989	0,9989	0,9990	0,9990	3,0
3,1	0,9990	0,9991	0,9991	0,9991	0,9992	0,9992	0,9992	0,9992	0,9993	0,9993	3,1
3,2	0,9993	0,9993	0,9994	0,9994	0,9994	0,9994	0,9994	0,9995	0,9995	0,9995	3,2
3,3	0,9995	0,9995	0,9995	0,9996	0,9996	0,9996	0,9996	0,9996	0,9996	0,9997	3,3
3,4	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9998	3,4
3,5	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	3,5
3,6	0,9998	0,9998	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	3,6

NOTA: En la tabla figuran los valores de  $P(Z \leq k)$  para una distribución normal de media 0 y desviación típica 1. Si no encuentra el valor en la tabla, elija el más próximo y en el caso de que los valores por exceso y por defecto sean iguales considere la media aritmética de los valores correspondientes.

### CRITERIOS ESPECÍFICOS DE CORRECCIÓN

#### CUESTIONES GENERALES

- En los criterios de evaluación se dan las puntuaciones para las distintas fases de realización de los ejercicios. En algunos ejercicios en los que hay más de una manera de resolverlos se dan criterios dependiendo de cada forma de resolución; aun así, puede haber otras formas de resolver los problemas que no estén contempladas en los criterios expuestos. En este caso queda a criterio del corrector la forma de puntuar el ejercicio.
- Debe darse por válida cualquier forma de resolución de los ejercicios, siempre que sea correcta (salvo que se pida un método concreto) y esté suficientemente razonada, por inusual o larga que sea.
- Como regla general, un pequeño error puntual de cuentas se penalizará con 0,3 ptos. Si el error se produce en un paso intermedio, el resto del ejercicio se corregirá dando como válido el valor (erróneo) obtenido por el estudiante **y no se le penalizará por ello en el resto del ejercicio**, a no ser que el error dé lugar a un ejercicio significativamente más sencillo que el original, en cuyo caso la puntuación queda a criterio del corrector.

#### Ejercicio 1

- a) **(5 puntos)** Determinar el número de filas y columnas de la matriz  $X$  (0,5 ptos), despejar la matriz  $X$  de la ecuación (1 pto) y calcular la solución (3,5 ptos).

El desglose de la puntuación para el cálculo de la matriz solución será: calcular la inversa de  $A$  (2 ptos), calcular  $C - 3B$  (0,5 ptos), el producto  $A^{-1}(C - 3B)$  (1 pto). En el cálculo de la matriz inversa, si se ha optado por operaciones elementales, se valorará con (1 pto) cada operación elemental. Si el cálculo se ha realizado con la fórmula: (1 pto) al cálculo de la matriz adjunta, (0,5 ptos) al cálculo del determinante y (0,5 ptos) trasponer y llegar al resultado final.

- b) **(5 puntos)** Definir las tres ecuaciones que definen el sistema (1,5 ptos; 0,5 ptos cada ecuación). Resolverlo (3 ptos), responder a la segunda cuestión (0,5 ptos). Se penalizará con 1 pto soluciones no enteras positivas, a menos que se justifique mediante un comentario la no pertinencia de la respuesta. Para evaluar la resolución del sistema procederá como sigue:
- **Método de Gauss:** Escalonar la matriz del sistema de partida (1,5 ptos). Transformar la matriz resultante en sistema de ecuaciones y obtener el valor de una incógnita (0,5 ptos); obtener la solución (1 pto).
  - **Método de Cramer:** Calcular el determinante de la matriz  $A$  (0,5 ptos), expresar adecuadamente los determinantes del numerador (1 pto), y obtener la solución final (1,5 ptos = 0,5\*3 ptos).

#### Ejercicio 2

- a) **(8 puntos)** Planteamiento del problema (2,5 ptos), representar la región factible (3 ptos) y cálculo de la solución óptima (2,5 ptos). El desglose será:

- Definir las variables de decisión (0,25 ptos) y la condición de no negatividad (0,25 ptos). Definir la función objetivo (0,5 ptos) y definir las tres restricciones del enunciado (1,5 ptos = 0,5\*3).
- Representar la región factible (0,5 ptos por cada una de las cinco restricciones y 0,5 ptos por la intersección de todas ellas).
- En el cálculo de la solución óptima:
  - a. Si se ha optado por evaluar la función objetivo en los vértices: calcular las coordenadas de los vértices (1,5 ptos = 0,3\*5), evaluar la función objetivo en los vértices (0,5 ptos = 0,1\*5), determinar el vértice donde se alcanza el máximo (0,3 ptos) y su valor (0,2 ptos).
  - b. Si se ha optado por líneas de nivel: representar una primera recta de nivel 0,8 ptos, una paralela 0,5 ptos y la dirección de mejora 0,4 ptos. Razonar gráficamente el vértice solución (0,3 ptos). Determinar analíticamente las coordenadas del máximo (0,3 ptos) y su valor (0,2 ptos).

- b) **(2 puntos)** Respuesta justificada a cada pregunta (1+1 ptos).

### Ejercicio 3

- a) **(4 puntos)** Calcular  $f'(x)$  (1,5 ptos), concluir que no existen puntos críticos (0,5 ptos) y concluir que no existen extremos relativos (0,5 ptos). Determinar el valor de  $x$  para el que  $f(x)$  es máximo absoluto (0,5 ptos) y calcular su valor (0,25 ptos). Determinar el valor de  $x$  para el que  $f(x)$  es mínimo absoluto (0,5 ptos) y calcular el valor mínimo (0,25 ptos). Se penalizará con 0,5 puntos no caracterizar como extremos relativos y/o absolutos.
- b) **(3 puntos)** Calcular derivada segunda (1 pto) y calcular sus raíces (0,5 ptos). Concluir que existe un punto de inflexión (0,5 ptos). Analizar la concavidad y convexidad de la función (1 pto).
- c) **(3 puntos)** Calcular la primitiva (2 ptos, 0,5 ptos cada sumando). Aplicar la regla de Barrow (1 pto).

### Ejercicio 4

- a) **(3 puntos)** Valor inicial del producto (1 pto), identificar la pregunta con el cálculo del límite (1 pto) y calcular dicho límite (1 pto).
- b) **(4 puntos)** Calcular  $V'(t)$  (2,5 ptos) y justificar que es decreciente (1 pto). Justificar que al ser la obsolescencia una función positiva, decreciente y con el valor del límite en el infinito de 150, el valor nunca llegará a 125 € (0,5 ptos). También podría resolverse la ecuación y observar que la solución es negativa.
- c) **(3 puntos)** Identificar la pregunta con resolver la ecuación  $V(t) = 175$  (1 pto), resolver la ecuación y responder a la pregunta (1,5 + 0,5 ptos).

### Ejercicio 5

- a) **(3 puntos)** No se ofrecen puntuaciones intermedias para este apartado.
- b) **(4 puntos)** Identificar que hay que calcular  $P(X \geq 2)$  (0,5 ptos). Aplicar la fórmula y obtener el resultado (3,5 ptos). Se otorgará (1 pto) al cálculo de cada sumando  $P(X = 2)$ ,  $P(X = 3)$ ,  $P(X = 4)$  y 0,5 ptos para obtener el resultado. Si se ha realizado pasando al complementario, calcular  $P(X = 0)$ ,  $P(X = 1)$  se valorará con 2 ptos. Expresar y calcular  $P(X \geq 2) = 1 - (P(X = 0) + P(X = 1))$  (1,5 ptos).
- c) **(3 puntos)** Expresar la probabilidad a calcular como  $P(CCCC/A)$  (1 pto). Aplicar la fórmula, extraer los datos de los apartados anteriores y obtener el resultado (2 ptos). Se calificará con 0 puntos si se proporciona la misma solución que en a).

### Ejercicio 6

- a) **(5 puntos)** Calcular  $\hat{p}$  (1 pto), saber qué cuantil buscar y calcularlo (1,5 ptos), calcular error o semiamplitud del intervalo (1,5 ptos). Poner la fórmula del intervalo de confianza y calcularlo (1 pto).
- b) **(2 puntos)** Es suficiente con argumentar que como el valor no está en el intervalo de confianza, hay motivo para dudar (con los datos del apartado anterior), de tal afirmación.
- c) **(3 puntos)** Identificar que hay que calcular  $P(X \geq 1)$  (0,5 ptos) y calcular su valor (2,5 ptos). El desglose de esta puntuación será:
- Si se ha realizado pasando al complementario, expresar y calcular  $P(X \geq 1) = 1 - (P(X = 0))$  (1 pto), calcular  $P(X = 0)$  se valorará con (1,5 ptos).
  - Si se ha aplicado la fórmula, el cálculo de cada sumando  $P(X = 1)$ ,  $P(X = 2)$ ,  $P(X = 3)$  se valorará en 0,7 ptos (0,7 ptos\*3 = 2,1 ptos) y 0,4 ptos para obtener el resultado final.