EVALUACIÓN DE BACHILLERATO PARA EL ACCESO A LA UNIVERSIDAD
CONVOCATORIA ORDINARIA DE 2024
EJERCICIO DE: **MATEMÁTICAS II**
TIEMPO DISPONIBLE: **1 hora 30 minutos**

PUNTUACIÓN QUE SE OTORGARÁ A ESTE EJERCICIO: (véanse las distintas partes del examen)

En total el examen consta de 10 preguntas optativas del mismo valor, de las que el/la estudiante deberá elegir un máximo de 5 preguntas, cualesquiera de ellas. Cada pregunta vale 2 puntos en total y puede contener distintos apartados, cuyas puntuaciones se indican.

El/la estudiante debe indicar claramente, <u>en la primera página del tríptico</u>, cuáles han sido las 5 preguntas elegidas. (Si no se indica, y se han respondido más de 5 preguntas, sólo se corregirán las 5 preguntas que se han respondido en primer lugar).

Justifica los pasos realizados para llegar a la solución obtenida.

1. Dada la siguiente función

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{e^{2x}-1}{x} & \text{si} \quad x \neq 0 \\ a & \text{si} \quad x = 0 \end{cases}, \qquad a \in \mathbb{R}.$$

(a) (1 punto) Estudia su continuidad en $\mathbb{R}$ según los valores de a.

(b) (1 punto) Para el valor de $a = 1$, calcula los puntos de corte de la recta tangente a la curva en $x = 1$, con los ejes OX y OY.

2. Calcula justificadamente el siguiente límite

$$\lim_{x \to +\infty} \left[\sqrt{x^2+5} - (x+2) \right].$$

3. **(a)** (1,2 puntos) Calcula a, b y $c \in \mathbb{R}$ tales que la función

$$f(x) = a\,x + b\,\text{sen}(x)\cos(x) + c$$

sea una primitiva de $g(x) = \text{sen}^2(x)$.
(Nota: recuerda que $\text{sen}^2(x) + \cos^2(x) = 1 \ \forall x \in \mathbb{R}$.*)*

(b) (0,8 puntos) Sabiendo que $\text{sen}(2x) = 2\text{sen}(x)\cos(x)$, demuestra que

$$\cos(2x) = \cos^2(x) - \text{sen}^2(x).$$

4. Demuestra que, entre todos los rectángulos de perímetro P cm, el de mayor área es el cuadrado.

5. Dadas las siguientes matrices:

$$A = \begin{pmatrix} -2 & 1 \\ 2 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}, \ B = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}, \ C = A^T \cdot B + I_2,$$

donde A^T es la matriz traspuesta de A, e I_2 es la matriz identidad de orden 2.

(a) (0,8 puntos) Calcula C^{2n}, con $n \in \mathbb{N}$.

(b) (1,2 puntos) Resuelve la ecuación $C \cdot X = 5(A^T \cdot B)$.

6. Dada la matriz $A = \begin{pmatrix} 2 & -3 & 4 \\ -4 & 6 & m-6 \\ 2 & -3 & m+6 \end{pmatrix}$, con $m \in \mathbb{R}$ un parámetro.

(a) (1,2 puntos) Estudia el rango de la matriz A en función del parámetro $m \in \mathbb{R}$.

(b) (0,8 puntos) Resuelve, si es posible, el sistema homogéneo $A \cdot X = \mathbf{0}$ cuando $m = 6$.

7. Analizamos en un comercio los precios de tres artículos A, B y C. El producto A, es de primera necesidad y tiene un tipo superreducido de IVA del 4 %; el producto B es de alimentación y tiene un tipo reducido de IVA del 10 % y el artículo C es un pequeño electrodoméstico cuyo tipo de IVA es del 21 %. El precio total sin IVA de la compra de 1 artículo A de primera necesidad, 2 productos B de alimentación y 5 pequeños electrodomésticos C es de 483 €. Mientras que el total de IVA correspondiente a la compra de 100 artículos de primera necesidad A, 10 productos de alimentación B y 100 pequeños electrodomésticos C, es de 1954 €. Además, se sabe que el precio sin IVA del pequeño electrodoméstico es igual al precio sin IVA de cuatro artículos de primera necesidad más ocho artículos de alimentación. Calcula los precios a la venta de los tres artículos, teniendo en cuenta que el precio a la venta es el precio con IVA incluido.

8. Dados los puntos $P_1(-2, 1, 1)$, $P_2(0, a, -2)$, $P_3(-1, 1, -1)$ y $P_4(1, 3, -3)$, se pide:

(a) (1,2 puntos) Calcula los valores de $a \in \mathbb{R}$ para que el tetraedro con vértices P_1, P_2, P_3 y P_4 tenga volumen $1/3$.

(b) (0,8 puntos) Calcula el valor de $a \in \mathbb{R}$ para que los cuatro puntos sean coplanarios.

9. Una asignatura de matemáticas de la Escuela de Ingeniería y Arquitectura de la Universidad de Zaragoza tiene 99 personas matriculadas (54 alumnas y 45 alumnos). En primera convocatoria aprueban la asignatura 49 personas (28 alumnas y 21 alumnos).

(a) (1,2 puntos) ¿Cuál es el porcentaje de alumnas que aprueban la asignatura en primera convocatoria?, ¿y de alumnos?

(b) (0,8 puntos) Si elegimos aleatoriamente a una persona que haya aprobado la asignatura en primera convocatoria, ¿cuál es la probabilidad de que sea una mujer?

10. Vamos a suponer que durante el año 2023, las llegadas de turistas a nuestro país se realizaron de la siguiente forma: un 55 % llegó en avión, un 30 % llegó en tren, un 10 % llegó en autobús y un 5 % llegó en barco. Además, sabemos que, de todos estos viajeros, visitaron Aragón el 50 % de los que vinieron en avión, el 60 % de los que vinieron en tren, el total de los que viajaron en autobús, y un 20 % de los que vinieron en barco. Con estos datos, se pide:

(a) (1 punto) Calcula la probabilidad de que un turista seleccionado al azar entre los que visitaron España en 2023 haya visitado Aragón.

(b) (1 punto) Calcula la probabilidad de que un turista visitante de Aragón haya hecho su viaje a España en autobús o en tren.

CRITERIOS ESPECÍFICOS DE CORRECCIÓN

CUESTIONES GENERALES

Como norma general se valorará positivamente la exposición lógica, ordenada y coherente de las respuestas.

Si en el desarrollo de un problema se detecta un error numérico, que no sea manifiestamente inconsistente con la cuestión, y el desarrollo posterior es coherente con dicho error, no se debe dar especial relevancia a éste, siempre y cuando el problema no haya quedado reducido a uno trivial o el resultado sea inconsistente de forma evidente con el problema a resolver.

En determinados apartados se dan puntuaciones para la solución por alguno de los métodos más habituales. En todo caso, la resolución de un apartado utilizando un método distinto otorgará la puntuación máxima, siempre que el método sea correcto y lo sea también su solución.

De acuerdo con las normas generales que aparecen en la información pública, los correctores pueden bonificar hasta con un máximo de un punto, el buen uso de la lengua o el desarrollo técnico de los ejercicios.

1. (2 puntos)
   - **a.** (1 punto) Aplicación de la definición de continuidad correctamente en todo el dominio. Si sólo se centra en el 0 para calcular el valor de “a” y no indica la continuidad en el resto del dominio se penalizará con 0,4 puntos.
   - **b.** (1 punto) Recta tangente 0,5 puntos. Cálculo de puntos de corte 0,25*2. Si no escribe los puntos con las coordenadas (x,y) se penalizará con 0,25 puntos.
2. (2 puntos) Los pasos en el cálculo del límite deben estar claros y justificarse. Y la calificación debe tenerlos en cuenta. Por errores leves se podrá descontar hasta 0,25 puntos.
3. (2 puntos)
   - **a.** (1,2 puntos) Cálculo correcto de la derivada de f(x), 0,5 puntos. Planteamiento de la ecuación que se debe cumplir, 0,2 puntos. Cálculo de a y b, 2*0,15 puntos. Explicar que c queda libre, 0,2 puntos.
   - **b.** (0,8 puntos) Si se realizan manipulaciones correctas de las expresiones dadas, pero no se llega a la demostración solicitada, se puntuará con 0,4 puntos.
4. (2 puntos) Obtención de la relación entre x e y a partir del enunciado, 0,6 puntos. Expresión correcta del área a maximizar en función de una sola variable, 0,2 puntos. Derivada del área, 0,3 puntos. Cálculo del máximo y comprobación de que lo es, 0,5 puntos. Conclusión que justifique la demostración pedida, 0,4 puntos.
5. (2 puntos)
   - **a.** (0,8 puntos) Cálculo de C, 0,2 puntos. Si el desarrollo está bien, pero la fórmula final no es correcta, se descontará 0,4 puntos. Si se aproxima “bastante” a la fórmula final, se descuenta 0,2 puntos.
   - **b.** (1,2 puntos) 0,2 puntos plantear bien la solución despejando X. Si obtiene (por el procedimiento que sea) la inversa de C, 0,5. Algún error leve que no simplifique se podrá descontar hasta 0,2 puntos.
6. (2 puntos)
   - **a.** (1,2 puntos) Si se aplica Gauss y se llega a la matriz escalonada, 0,6 puntos. Si no se diferencia el caso $m \neq -2$, se penalizará 0,3 puntos.
     Si se trabaja con menores, el cálculo del determinante 0,4 puntos. No puede ser rango 3, 0,2 puntos. Encontrar un menor de orden 2 para justificar el rango 2 en el caso $m \neq -2$, 0,3 puntos. Si no se diferencia el caso $m \neq -2$, se penalizará 0,3 puntos.
   - **b.** (0,8 puntos) Si la solución obtenida no queda dependiente de un parámetro, la nota máxima (en función del proceso realizado) será 0,3 puntos. Si hay algún error leve de cálculo, se podrá descontar un máximo de 0,2 puntos.
7. (2 puntos) Plantear las tres ecuaciones de forma correcta, 0,2*3 puntos. Resolver el sistema (por cualquier procedimiento correcto), 0,8 puntos. Obtener los precios de venta y dar la respuesta final (en euros), 0,6 puntos.

8. (2 puntos)

- **a.** (1,2 puntos) Obtener el valor del volumen del tetraedro en función de a, 0,8 puntos. Deducir los dos valores de a, 0,2*2 puntos. Por errores leves y aislados, se penalizará 0,2 puntos. Si el volumen no es un número, la puntuación será 0. Si falta dividir por 6 en la fórmula del volumen, se penalizará con 0,2 puntos.
- **b.** (0,8 puntos) Si hay algún error leve de cálculo se podrá descontar un máximo de 0,2 puntos.

9. (2 puntos) Válida cualquier estrategia para determinar la probabilidad, si es coherente y correcta. Por pequeños errores de cálculo se quitará un máximo de 0,2 puntos en cada apartado.

- **a.** (1,2 puntos) Debe contestarse en porcentaje. Si no se da el porcentaje, se descontará 0,25 puntos.
- **b.** (0,8 puntos) Debe contestarse en probabilidad. Si no se da la probabilidad, se descontará 0,15 puntos.

10. (2 puntos) Válida cualquier estrategia para determinar la probabilidad, si es coherente y correcta. Por pequeños errores de cálculo se quitará un máximo de 0,2 puntos en cada apartado.

- **a.** (1 punto) Debe contestarse en probabilidad. Si no se da la probabilidad, se descontará 0,2 puntos.
- **b.** (1 punto) Debe contestarse en probabilidad. Si no se da la probabilidad, se descontará 0,2 puntos.