

PUNTUACIÓN QUE SE OTORGARÁ A ESTE EJERCICIO: (véanse las distintas partes del examen)

Las tres primeras preguntas son obligatorias. En la cuarta pregunta, se deberá elegir entre **Opción I** y **Opción II**, respondiendo únicamente a una de las dos. En caso de contestar cuestiones de ambas opciones, solo se corregirá la opción que aparezca físicamente en primer lugar.

Se valorará la capacidad de argumentar y verificar las soluciones propuestas, así como el uso adecuado del lenguaje matemático y explicaciones fundamentadas en los resultados teóricos aprendidos durante el curso.

Para facilitar la maquetación, la tabla de la distribución normal estará disponible al final del examen, aunque es posible que no sea necesaria para ninguna pregunta.

1.- (2,5 puntos) Responda a las siguientes cuestiones:

a.- (1,25 puntos) Determine el orden de la matriz X para que la ecuación matricial $A X + 3 B = C$ esté bien planteada, siendo $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix}$ y $C = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 2 \\ -1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$. Resuelva la ecuación matricial despejando previamente X .

b.- (1,25 puntos) Un pueblo necesita recaudar fondos para combatir una plaga de termitas y han decidido financiar parte del tratamiento mediante la venta de participaciones para el sorteo de Lotería del 22 de diciembre. Ofrecen tres tipos de participaciones: de 10 euros, de 25 euros y de 5 euros. Se sabe que han vendido la mitad de participaciones de 10 euros que de 25 euros; en total, han recaudado 7.100 € y han vendido 430 participaciones. Utilizando técnicas matriciales, determine la cantidad de participaciones vendidas de cada tipo. Con una ganancia de 2,50 € por cada participación de 10 €, de 5 euros por cada participación de 25 € y de 1 € por cada participación de 5 €, ¿a cuánto asciende la ganancia total?

2.- (2,5 puntos) La obsolescencia tecnológica implica una disminución del valor de un producto con el tiempo. En cierto dispositivo, el valor $V(t) > 0$, viene dado por $V(t) = 200 - \frac{100 t}{10 + 2 t}$ €, siendo t los años transcurridos desde la compra del dispositivo.

a.- (0,75 puntos) Calcule el valor inicial del producto y su valor en un horizonte infinito de tiempo.

b.- (1 punto) Calcule $V'(t)$ y justifique que $V(t)$ es decreciente. Utilice esta conclusión y los resultados obtenidos en a.- para argumentar que no será posible que el valor de $V(t)$ sea igual a 125 €.

c.- (0,75 puntos) ¿Cuánto tiempo tiene que pasar para que el dispositivo tenga un valor de 175 €?

3.- (2,5 puntos) En una ciudad se presentan dos personas a la alcaldía: Rupérez y García.

a.- (1,25 puntos) Se ha realizado una encuesta sobre la intención de voto, para lo cual se ha tomado una muestra aleatoria simple de 200 votantes y 120 de ellos van a votar a Rupérez, mientras que el resto votarán a García. Calcule un intervalo de confianza a nivel 98% para la proporción de votantes de la ciudad que votarán a Rupérez.

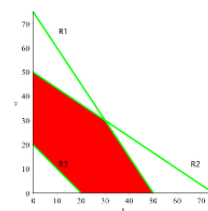
b.- (0,5 puntos) El periódico de la ciudad afirma que Rupérez obtendrá un 75% de los votos. A la vista de los resultados del apartado a.-, ¿es razonable tal afirmación?

c.- (0,75 puntos) Una vez realizada la votación, Rupérez ha ganado con el 62% de los votos. Si elegimos a 3 votantes con reemplazamiento, calcule la probabilidad de que al menos 1 de ellos haya votado por Rupérez.

4.- (2,5 puntos) Elija entre **Opción I** y **Opción II**, respondiendo **únicamente** a una de las dos.

Pregunta 4. Opción I

Q1.- (1,25 puntos) Considerando la región factible señalada en rojo y una función objetivo dada por $\max f(x,y) = 30x + by$, donde b es un valor desconocido. Razone que $(40,40)$ no puede ser solución óptima del nuevo problema. Análogo con $(20,20)$. **Nota** $R1: 3x + 2y \leq 150$, $R2: 2x + 3y \leq 150$, $R3: x + y \geq 20$

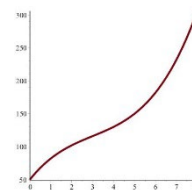


Q2.- (1,25 puntos) Juan va a hacer un examen de Geografía que tiene 4 preguntas. Él piensa que, en cada pregunta, la probabilidad de responderla correctamente es 0,7 y que cada pregunta es independiente de las demás. Sabemos que la probabilidad de aprobar el examen (contestar correctamente a al menos dos preguntas) es 0,9163. Si Juan ha aprobado el examen ¿cuál es la probabilidad de que Juan haya contestado correctamente todas las preguntas?

Pregunta 4. Opción II

Q1.- (1,25 puntos) Una empresa produce dos productos, A y B , con ganancias de 30 € y 40 € por unidad producida, respectivamente. La producción de A requiere 3 horas de mano de obra y 2 unidades de material, mientras que la producción de B requiere 2 horas de mano de obra y 3 unidades de material. Los recursos disponibles son 150 horas de mano de obra y 150 unidades de material. Además, debido a requisitos de distribución, se establece que la producción total debe ser mayor o igual a 20 unidades entre ambos productos. **Plantee** un problema que permita determinar el número de unidades de cada tipo que deben producirse para maximizar la ganancia total.

Q2.- (1,25 puntos) Para la función $f(x) = x^3 - 9x^2 + 40x + 50$, $0 \leq x \leq 8$. cuya gráfica se muestra a la derecha:



a.- (0,50 puntos) ¿ $f(x)$ tiene algún punto de inflexión? Analice la concavidad y convexidad de $f(x)$.

b.- (0,75 puntos) Calcule $\int_1^3 f(x) dx$, e interprete el valor calculado.

Tabla de la distribución normal (puede no ser necesaria para el examen):

k	0,00	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09	k
0,0	0,5000	0,5040	0,5080	0,5120	0,5160	0,5199	0,5239	0,5279	0,5319	0,5359	0,0
0,1	0,5398	0,5438	0,5478	0,5517	0,5557	0,5596	0,5636	0,5675	0,5714	0,5753	0,1
0,2	0,5793	0,5832	0,5871	0,5910	0,5948	0,5987	0,6026	0,6064	0,6103	0,6141	0,2
0,3	0,6179	0,6217	0,6255	0,6293	0,6331	0,6368	0,6406	0,6443	0,6480	0,6517	0,3
0,4	0,6554	0,6591	0,6628	0,6664	0,6700	0,6736	0,6772	0,6808	0,6844	0,6879	0,4
0,5	0,6915	0,6950	0,6985	0,7019	0,7054	0,7088	0,7123	0,7157	0,7190	0,7224	0,5
0,6	0,7257	0,7291	0,7324	0,7357	0,7389	0,7422	0,7454	0,7486	0,7517	0,7549	0,6
0,7	0,7580	0,7611	0,7642	0,7673	0,7704	0,7734	0,7764	0,7794	0,7823	0,7852	0,7
0,8	0,7881	0,7910	0,7939	0,7967	0,7995	0,8023	0,8051	0,8078	0,8106	0,8133	0,8
0,9	0,8159	0,8186	0,8212	0,8238	0,8264	0,8289	0,8315	0,8340	0,8365	0,8389	0,9
1,0	0,8413	0,8438	0,8461	0,8485	0,8508	0,8531	0,8554	0,8577	0,8599	0,8621	1,0
1,1	0,8643	0,8665	0,8686	0,8708	0,8729	0,8749	0,8770	0,8790	0,8810	0,8830	1,1
1,2	0,8849	0,8869	0,8888	0,8907	0,8925	0,8944	0,8962	0,8980	0,8997	0,9015	1,2
1,3	0,9032	0,9049	0,9066	0,9082	0,9099	0,9115	0,9131	0,9147	0,9162	0,9177	1,3
1,4	0,9192	0,9207	0,9222	0,9236	0,9251	0,9265	0,9279	0,9292	0,9306	0,9319	1,4
1,5	0,9332	0,9345	0,9357	0,9370	0,9382	0,9394	0,9406	0,9418	0,9429	0,9441	1,5
1,6	0,9452	0,9463	0,9474	0,9484	0,9495	0,9505	0,9515	0,9525	0,9535	0,9545	1,6
1,7	0,9554	0,9564	0,9573	0,9582	0,9591	0,9599	0,9608	0,9616	0,9625	0,9633	1,7
1,8	0,9641	0,9649	0,9656	0,9664	0,9671	0,9678	0,9686	0,9693	0,9699	0,9706	1,8
1,9	0,9713	0,9719	0,9726	0,9732	0,9738	0,9744	0,9750	0,9756	0,9761	0,9767	1,9
2,0	0,9772	0,9778	0,9783	0,9788	0,9793	0,9798	0,9803	0,9808	0,9812	0,9817	2,0
2,1	0,9821	0,9826	0,9830	0,9834	0,9838	0,9842	0,9846	0,9850	0,9854	0,9857	2,1
2,2	0,9861	0,9864	0,9868	0,9871	0,9875	0,9878	0,9881	0,9884	0,9887	0,9890	2,2
2,3	0,9893	0,9896	0,9898	0,9901	0,9904	0,9906	0,9909	0,9911	0,9913	0,9916	2,3
2,4	0,9918	0,9920	0,9922	0,9925	0,9927	0,9929	0,9931	0,9932	0,9934	0,9936	2,4
2,5	0,9938	0,9940	0,9941	0,9943	0,9945	0,9946	0,9948	0,9949	0,9951	0,9952	2,5
2,6	0,9953	0,9955	0,9956	0,9957	0,9959	0,9960	0,9961	0,9962	0,9963	0,9964	2,6
2,7	0,9965	0,9966	0,9967	0,9968	0,9969	0,9970	0,9971	0,9972	0,9973	0,9974	2,7
2,8	0,9974	0,9975	0,9976	0,9977	0,9977	0,9978	0,9979	0,9979	0,9980	0,9981	2,8
2,9	0,9981	0,9982	0,9982	0,9983	0,9984	0,9984	0,9985	0,9985	0,9986	0,9986	2,9
3,0	0,9987	0,9987	0,9987	0,9988	0,9988	0,9989	0,9989	0,9989	0,9990	0,9990	3,0
3,1	0,9990	0,9991	0,9991	0,9991	0,9992	0,9992	0,9992	0,9992	0,9993	0,9993	3,1
3,2	0,9993	0,9993	0,9994	0,9994	0,9994	0,9994	0,9994	0,9995	0,9995	0,9995	3,2
3,3	0,9995	0,9995	0,9995	0,9996	0,9996	0,9996	0,9996	0,9996	0,9996	0,9997	3,3
3,4	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9998	3,4
3,5	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	3,5
3,6	0,9998	0,9998	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	3,6

NOTA: En la tabla figuran los valores de $P(Z \leq k)$ para una distribución normal de media 0 y desviación típica 1. Si no encuentra el valor en la tabla, elija el más próximo y en el caso de que los valores por exceso y por defecto sean iguales considere la media aritmética de los valores correspondientes.