

PUNTUACIÓN QUE SE OTORGARÁ A ESTE EJERCICIO: (véanse las distintas partes del examen)

Las tres primeras preguntas son obligatorias. En la cuarta pregunta deberán elegirse solo DOS de las TRES cuestiones planteadas. En caso de responder a las tres, solo se corregirán las dos que aparezcan contestadas en primer lugar.

Cada ejercicio del examen es independiente y se califica sobre 10 puntos. Las cuatro preguntas tienen el mismo peso en la nota final (2,5 puntos cada una), que se obtendrá sumando las puntuaciones de los ejercicios y dividiendo el total entre 4.

Las respuestas deben expresarse de forma razonada, mostrando con rigor y precisión el proceso seguido en la resolución. Se deberá emplear el lenguaje, la notación y los símbolos matemáticos adecuados, así como argumentos, justificaciones, explicaciones y razonamientos explícitos y coherentes. La mera descripción del planteamiento, sin llevar a cabo de manera efectiva la resolución, no será suficiente para obtener una valoración completa de la pregunta o tarea.

La tabla de la distribución normal está disponible al final del examen, aunque es posible que no sea necesaria en ninguna pregunta.

1.- (10 puntos) Una librería organiza semanalmente sus pedidos en dos tipos de lotes: lotes de *Novedades* y lotes de *Reposición*. Cada lote de *Novedades* requiere 3 horas de trabajo en el departamento de recepción y 1 hora en el de etiquetado, mientras que cada lote de *Reposición* requiere 1 hora en recepción y 2 horas en etiquetado. Cada departamento dispone como máximo de 100 horas semanales para realizar cada una de estas tareas. La librería obtiene un beneficio de 500 euros por cada lote de *Novedades* y de 400 euros por cada lote de *Reposición*. Además, para garantizar una actividad comercial mínima, la librería se compromete a preparar al menos 40 lotes en total cada semana (sumando ambos tipos).

a.- (8 puntos) Determine cuántos lotes de *Novedades* y cuántos de *Reposición* debe preparar la librería semanalmente para maximizar el beneficio, cumpliendo todas las restricciones del enunciado, así como el beneficio máximo que puede alcanzar.

b.- (2 puntos) Razone si preparar 10 lotes de *Novedades* y 40 de *Reposición* semanalmente satisface las restricciones del enunciado. En caso afirmativo, ¿es una solución óptima?

2.- (10 puntos) En la librería se ha observado que un aumento en el precio del libro en papel puede provocar un aumento de las descargas ilegales. Para estudiar este comportamiento, se considera la siguiente función:

$$D(x) = -4x^3 + 36x^2 + 864x + 400$$

que aproxima el número de descargas ilegales en función del aumento de precio ( $x$ ) (en euros) sobre un precio base de 10 euros, con  $2 \leq x \leq 15$ .

a.- (8 puntos) Calcule el número de descargas ilegales para aumentos del precio de 2 y de 15 euros. Estudie el crecimiento y decrecimiento de la función  $D(x)$  en  $2 \leq x \leq 15$ . Determine los valores mínimo y máximo de descargas ilegales y el precio final en el que se alcanzan, indicando si se trata de extremos relativos y/o absolutos.

b.- (2 puntos) Calcule, si existen, los puntos de inflexión de  $D(x)$ . Estudie la curvatura (concauidad/convexidad) de la función en el intervalo  $2 \leq x \leq 15$ .

3.- (10 puntos) La librería quiere obtener información para prever la demanda y planificar mejor los pedidos. Para ello se toma una muestra aleatoria simple de 100 clientes y se observa que 52 de ellos realizan compras online al menos una vez al mes.

a.- (5 puntos) A partir de dicha muestra, se desea estimar la proporción de clientes de la librería que realizan compras online al menos una vez al mes. Calcule un intervalo de confianza del 96% para dicha proporción. A la vista del intervalo obtenido, razone si hay motivos para dudar que la proporción real de clientes que realizan compras online al menos una vez al mes es del 65%. Justifique su respuesta.

b.- (5 puntos) Suponga ahora que la proporción real de clientes que realizan compras online al menos una vez al mes es igual a la estimada en la muestra. Si se seleccionan 10 clientes al azar con reemplazamiento, calcule la probabilidad de que exactamente 6 de ellos realicen compras online al menos una vez al mes.

4.- (10 puntos) Elija únicamente dos opciones de las tres posibles Q1, Q2 y Q3.

**Q1 (5 puntos)**

Durante una semana en la librería se aplicó un descuento del 10% sobre el precio original de cada artículo. En esa semana, un cliente compró una novela, un cuaderno y una mochila, y pagó en total 117 euros después del descuento. Antes del descuento, el precio del cuaderno era la cuarta parte del precio de la novela y el precio de la mochila era el doble del precio de la novela. Determine el precio original de cada uno de los tres artículos.

**Q2 (5 puntos)**

En la librería se ha estudiado el beneficio semanal (en cientos de euros) en función del tiempo ( $x$ ) (en días) transcurrido desde el inicio de una campaña promocional, y se ha modelizado por la función:

$$B(x) = 3x^2 + ax + 1$$

Se sabe que el beneficio total acumulado durante los dos primeros días de la campaña ha sido de 3.000 euros, lo que se expresa mediante la condición:

$$\int_0^2 B(x)dx = 30$$

Determine el valor del parámetro  $a$ .

**Q3 (5 puntos)**

En la librería, durante una semana, se ofrecen tres promociones: descuento en novelas (A), descuento en manuales (B) y un vale para accesorios (C). De cada 1.000 clientes de la librería, 300 reciben la promoción A, el 50% recibe la promoción B y el resto recibe la promoción C. Se sabe, además, que la probabilidad de que un cliente realice una compra esa semana es 0,6 si ha recibido la promoción A. Por otro lado, se conoce que el 80% de los clientes que han recibido la promoción B y el 70% de los que han recibido la promoción C realizan una compra durante esa semana. Se elige al azar un cliente de la librería y se sabe que ha realizado una compra esa semana. Calcule la probabilidad de que dicho cliente hubiera recibido la promoción A.

**Tabla de la distribución normal (puede no ser necesaria para el examen):**

k	0,00	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09	k
0,0	0,5000	0,5040	0,5080	0,5120	0,5160	0,5199	0,5239	0,5279	0,5319	0,5359	0,0
0,1	0,5398	0,5438	0,5478	0,5517	0,5557	0,5596	0,5636	0,5675	0,5714	0,5753	0,1
0,2	0,5793	0,5832	0,5871	0,5910	0,5948	0,5987	0,6026	0,6064	0,6103	0,6141	0,2
0,3	0,6179	0,6217	0,6255	0,6293	0,6331	0,6368	0,6406	0,6443	0,6480	0,6517	0,3
0,4	0,6554	0,6591	0,6628	0,6664	0,6700	0,6736	0,6772	0,6808	0,6844	0,6879	0,4
0,5	0,6915	0,6950	0,6985	0,7019	0,7054	0,7088	0,7123	0,7157	0,7190	0,7224	0,5
0,6	0,7257	0,7291	0,7324	0,7357	0,7389	0,7422	0,7454	0,7486	0,7517	0,7549	0,6
0,7	0,7580	0,7611	0,7642	0,7673	0,7704	0,7734	0,7764	0,7794	0,7823	0,7852	0,7
0,8	0,7881	0,7910	0,7939	0,7967	0,7995	0,8023	0,8051	0,8078	0,8106	0,8133	0,8
0,9	0,8159	0,8186	0,8212	0,8238	0,8264	0,8289	0,8315	0,8340	0,8365	0,8389	0,9
1,0	0,8413	0,8438	0,8461	0,8485	0,8508	0,8531	0,8554	0,8577	0,8599	0,8621	1,0
1,1	0,8643	0,8665	0,8686	0,8708	0,8729	0,8749	0,8770	0,8790	0,8810	0,8830	1,1
1,2	0,8849	0,8869	0,8888	0,8907	0,8925	0,8944	0,8962	0,8980	0,8997	0,9015	1,2
1,3	0,9032	0,9049	0,9066	0,9082	0,9099	0,9115	0,9131	0,9147	0,9162	0,9177	1,3
1,4	0,9192	0,9207	0,9222	0,9236	0,9251	0,9265	0,9279	0,9292	0,9306	0,9319	1,4
1,5	0,9332	0,9345	0,9357	0,9370	0,9382	0,9394	0,9406	0,9418	0,9429	0,9441	1,5
1,6	0,9452	0,9463	0,9474	0,9484	0,9495	0,9505	0,9515	0,9525	0,9535	0,9545	1,6
1,7	0,9554	0,9564	0,9573	0,9582	0,9591	0,9599	0,9608	0,9616	0,9625	0,9633	1,7
1,8	0,9641	0,9649	0,9656	0,9664	0,9671	0,9678	0,9686	0,9693	0,9699	0,9706	1,8
1,9	0,9713	0,9719	0,9726	0,9732	0,9738	0,9744	0,9750	0,9756	0,9761	0,9767	1,9
2,0	0,9772	0,9778	0,9783	0,9788	0,9793	0,9798	0,9803	0,9808	0,9812	0,9817	2,0
2,1	0,9821	0,9826	0,9830	0,9834	0,9838	0,9842	0,9846	0,9850	0,9854	0,9857	2,1
2,2	0,9861	0,9864	0,9868	0,9871	0,9875	0,9878	0,9881	0,9884	0,9887	0,9890	2,2
2,3	0,9893	0,9896	0,9898	0,9901	0,9904	0,9906	0,9909	0,9911	0,9913	0,9916	2,3
2,4	0,9918	0,9920	0,9922	0,9925	0,9927	0,9929	0,9931	0,9932	0,9934	0,9936	2,4
2,5	0,9938	0,9940	0,9941	0,9943	0,9945	0,9946	0,9948	0,9949	0,9951	0,9952	2,5
2,6	0,9953	0,9955	0,9956	0,9957	0,9959	0,9960	0,9961	0,9962	0,9963	0,9964	2,6
2,7	0,9965	0,9966	0,9967	0,9968	0,9969	0,9970	0,9971	0,9972	0,9973	0,9974	2,7
2,8	0,9974	0,9975	0,9976	0,9977	0,9977	0,9978	0,9979	0,9979	0,9980	0,9981	2,8
2,9	0,9981	0,9982	0,9982	0,9983	0,9984	0,9984	0,9985	0,9985	0,9986	0,9986	2,9
3,0	0,9987	0,9987	0,9987	0,9988	0,9988	0,9989	0,9989	0,9989	0,9990	0,9990	3,0
3,1	0,9990	0,9991	0,9991	0,9991	0,9992	0,9992	0,9992	0,9992	0,9993	0,9993	3,1
3,2	0,9993	0,9993	0,9994	0,9994	0,9994	0,9994	0,9994	0,9995	0,9995	0,9995	3,2
3,3	0,9995	0,9995	0,9995	0,9996	0,9996	0,9996	0,9996	0,9996	0,9996	0,9997	3,3
3,4	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9998	3,4
3,5	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	3,5
3,6	0,9998	0,9998	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	3,6

**NOTA:** En la tabla figuran los valores de  $P(Z \leq k)$  para una distribución normal de media 0 y desviación típica 1. Si no encuentra el valor en la tabla, elija el más próximo y en el caso de que las diferencias de los valores por exceso y por defecto sean iguales considere la media aritmética de los valores correspondientes.

## CRITERIOS ESPECÍFICOS DE CORRECCIÓN

### CUESTIONES GENERALES

- En los criterios de evaluación se indican las puntuaciones para las distintas fases de realización de los ejercicios. Cuando existe más de una forma de resolverlos se establecen criterios según cada método de resolución. Aun así, pueden existir otras maneras de resolver los problemas que no estén contempladas en los criterios expuestos. En este caso, la puntuación queda a criterio del corrector.
- Debe darse por válida cualquier forma de resolución de los ejercicios, siempre que sea correcta (salvo que se pida un método concreto) y esté suficientemente razonada, por inusual o larga que sea.
- Como regla general, un pequeño error puntual de cuentas se penalizará con 0,5/10 puntos. Si el error se produce en un paso intermedio, el resto del ejercicio se corregirá dando como válido el valor (erróneo) obtenido por el estudiante **y no se le penalizará por ello en el resto del ejercicio**, a no ser que el error dé lugar a un ejercicio significativamente más sencillo que el original, en cuyo caso la puntuación queda a criterio del corrector. Si el error conduce a un resultado sin sentido, las penalizaciones se tratarán en la reunión de armonización.

### (10 puntos) Ejercicio 1

- a) **(8 puntos)** Definir las variables de decisión (*0,25 puntos*) y la condición de no negatividad (*0,25 puntos*). Definir la función objetivo (*0,5 puntos*) y definir las tres restricciones del enunciado (*1,5 puntos = 0,5\*3*). Representar la región factible (*3 puntos*) y cálculo de la solución óptima (*2,5 puntos*). El desglose será:
- (*3 puntos*) **Representación de la región factible.** Representación de las rectas correspondientes a las restricciones y justificación de que la región cumple cada inecuación (*2 puntos*). Identificación y señalización correcta de la intersección de todas ellas (*1 punto*).
  - (*2,5 puntos*) **Solución óptima:**
    - **Método algebraico.**  
Calcular las coordenadas de los vértices (*1,6 puntos = 0,4\*4*). Evaluar la función objetivo en los vértices (*0,4 puntos = 0,1\*4*). Determinar el vértice donde se alcanza el máximo y el valor óptimo correspondiente (*0,5 puntos*).
    - **Método gráfico.**  
Representar dos rectas de nivel (*1 punto*), la dirección de mejora (*0,5 puntos*). Razonar gráficamente el vértice donde se alcanza la solución (*0,5 puntos*). Determinar analíticamente las coordenadas del máximo y su valor (*0,5 puntos*).
- b) **(2 puntos)** Sustituir el punto indicado en las restricciones y comprobar que se satisfacen con desigualdad estricta (*1 punto*). Responder a la cuestión planteada (*1 punto*).

### (10 puntos) Ejercicio 2

- a) **(8 puntos)** Cálculo del número de descargas en los valores solicitados (*1 punto*). Cálculo de la derivada primera (*1 punto*), calcular el/los punto(s) crítico(s) (*1 punto*). Estudio de los intervalos de crecimiento y decrecimiento (*1 punto*). Cálculo del nivel mínimo de descargas y el precio correspondiente, clasificándolo como mínimo absoluto y no relativo (*2 puntos*). Cálculo del nivel máximo de descargas y el precio y clasificarlo como máximo relativo y absoluto (*2 puntos*). Se penaliza con 0,5 puntos si no se indica el precio final y se proporciona únicamente el aumento.
- b) **(2 puntos)** Calcular la derivada segunda (*1 punto*). Determinar, si existe, el punto de inflexión (*0,5 puntos*) y analizar la curvatura de la función (*0,5 puntos*).

### (10 puntos) Ejercicio 3

- a) **(5 puntos)** Identificar el cuantil correspondiente y calcular su valor (*1 punto*), calcular  $n$ ,  $\hat{p}$  (*1 punto*). Calcular el intervalo de confianza (*2 puntos*). Responder a la cuestión formulada (*1 punto*).
- b) **(5 puntos)** Indicar que la variable sigue una distribución binomial y obtener los parámetros  $n$  y  $p$  de la misma (*1 punto*). Expresar que hay que calcular  $P(X = 6)$  (*1 punto*). Calcular la probabilidad (*3 puntos*), de los cuales (*1 punto*) será el planteamiento de la fórmula de la distribución, (*1 punto*) para el cálculo correcto del número combinatorio y (*1 punto*) para la sustitución de valores y la obtención del resultado final.

#### Ejercicio 4.

---

- Q1) (5 puntos)** Definir las variables del problema y las tres ecuaciones que definen el sistema (2 puntos). Resolver (3 puntos).
- Q2) (5 puntos)** Calcular la integral indefinida (3 puntos) y aplicar la regla de Barrow (1 punto). Determinar el valor del parámetro  $a$  (1 punto).
- Q3) (5 puntos)** Definir los sucesos que intervienen en el enunciado: A, B, C y Probabilidad de compra al recibir una promoción (1 punto). Calcular la probabilidad de compra aplicando el teorema de la probabilidad total (2 puntos) y calcular la probabilidad solicitada aplicando el teorema de Bayes (2 puntos). Se penalizará con (1 punto) no utilizar notación matemática.